

## ПРИМЕНЕНИЕ СПЕКЛ-ИНТЕРФЕРОМЕТРИИ ДЛЯ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО ИССЛЕДОВАНИЯ КОЛЕБАНИЙ РАБОЧИХ КОЛЁС ТУРБОМАШИН С РАССТРОЙКОЙ ПАРАМЕТРОВ

Жужукин А.И.,  
Непешин К.Г.

ПАО «ОДК-Кузнецов»

Заводское шоссе, 29, г. Самара,  
443009, Российская Федерация

kg.nepeshin@uec-kuznetsov.ru

*Проведены исследования колебаний рабочего колеса компрессора с применением метода цифровой спекл-интерферометрии. На примере диаметральной формы экспериментально обнаружено искажение гармонического закона распределения максимальных выбросов по окружности. Искажение формы колебаний зарегистрировано и при колебаниях колеса на одной из форм, принадлежащей к семейству с одной узловой окружностью. Экспериментально показано, что расстройка параметров может приводить к изменению не только дисковых форм колебаний колеса, но и форм колебаний отдельных лопаток, что усложняет трактовку результатов стендовых испытаний. На высоких частотах колебаний колеса выявлены локализованные формы, когда одна или несколько лопаток колеблются со значительно большими амплитудами по сравнению с остальными.*

**Ключевые слова:** колебания рабочих колёс; расстройка параметров рабочих колёс; искажение форм колебаний; локализация колебаний; цифровая спекл-интерферометрия

### 1 Введение

Работоспособность и ресурс любой турбомашинны во многом определяются прочностью и надёжностью рабочих колёс (РК), так как в процессе эксплуатации лопатки и диски подвергаются сильному вибрационному воздействию. Поэтому для предотвращения вибрационных дефектов РК на этапе доводки в первую очередь необходимо определить характер колебаний как диска, так и лопаточного венца на различных скоростях вращения ротора.

В последние десять-пятнадцать лет для исследования вибрационного состояния РК в большинстве случаев используется численный анализ с помощью метода конечных элементов. Так как конструкция РК турбомашинны обладает свойством циклической симметрии, при расчётах принято считать, что конструкция абсолютно симметрична, нарушения поворотной симметрии малы и влияют на результат несущественным образом. В

идеальном случае свободные изгибные колебания диска с  $n$  неподвижными относительно него узловыми диаметрами в полярных координатах описываются выражением [1]:

$$q(r, \varphi, t) = q(r) \cos n\varphi \cos pt, \quad (1)$$

где  $q(r, \varphi, t)$  – функция, описывающая поверхность перемещений колеблющегося диска в течение времени  $t$ ;  $\varphi$  – угловая координата;  $q(r)$  – распределение амплитуд перемещений по радиусу  $r$ ;  $p$  – частота колебаний.

Качественно такая же структура форм колебаний присуща любым конструкциям с поворотной симметрией и осесимметричным креплением, независимо от закона распределения толщины по радиусу.

Однако в реальных РК всегда присутствуют малые отличия лопаток друг от друга. Эти отличия называются расстройкой параметров (*mistuning*). Причинами такой расстройки могут быть

различия по массе и геометрии, вызванные допусками производства размеров лопаток и диска, неоднородностью характеристик используемых материалов, различными уровнями демпфирования в замках, а также технологическими несовершенствами при сборке колеса. Все эти отклонения носят случайный характер, что делает расчёт колебаний РК с учётом расстройки крайне затруднительным. Поэтому численные методы в основном используются для анализа влияния различных видов расстройки на формы колебаний и долговечность РК [2-4].

Между тем расстройка параметров является одним из основных факторов, который значительно влияет на характеристики колебаний, а также распределение напряжений как диска, так и лопаточного венца. Анализ вибрационного состояния облопаченных дисков без учёта расстройки параметров может привести к недооценке динамических напряжений [3]. В работе [5] приведена эмпирическая формула для определения максимального коэффициента увеличения амплитуды вызванного расстройкой параметров РК.

$$\gamma = \frac{A_{\text{расс(макс)}}}{A_{\text{без расс(макс)}}} = 0.5 \times (1 + \sqrt{N}), \quad (2)$$

где  $A_{\text{расс(макс)}}$  – максимум значения амплитуды колебаний рабочих колёс с расстройкой;  $A_{\text{без расс(макс)}}$  – максимум значения амплитуды колебаний рабочих колёс без расстройки;  $N$  – число лопаток в колесе.

Несмотря на то, что формула (2) даёт максимальное значение  $\gamma$ , некоторые авторы указывают, что на практике даже малая расстройка параметров может повлечь катастрофические изменения колебаний лопаток РК, так как амплитуды колебаний некоторых лопаток могут вырасти на сотни процентов [2, 6, 7].

В настоящее время основным методом определения вибрационных напряжений на лопатках турбомашин в рабочих

условиях является тензометрирование. Общеизвестно, что при тензометрировании количество каналов для измерения вибронапряжений на вращающихся элементах турбомшины всегда ограничено возможностями используемого токосъёмника. Вследствие этого из-за недостатка экспериментальных точек не всегда удаётся достоверно получить информацию о формах колебаний диска и лопаток. Места наклейки тензорезисторов на лопатках обычно выбирают по результатам экспериментальных исследований распределения напряжений по исследуемой форме, полученным в лабораторных условиях для изолированной лопатки [8], или на основе расчётных методов определения оптимального размещения тензорезисторов [9]. Следует отметить, что оба эти подхода справедливы в тех случаях, когда форма колебаний лопаток в составе колеса совпадает с формой колебаний изолированной лопатки.

Однако результаты численного анализа [10,11] и эксперимента [12] на модели РК показали значительное изменение классических форм колебаний, вызванное расстройкой параметров. Поэтому для получения более полной информации о колебаниях РК в некоторых случаях необходимо прибегать к дополнительным экспериментальным исследованиям. Вместе с тем с помощью широко применяемого в настоящее время дискретно-фазового метода проблема идентификации типа и форм колебаний до сих пор не решена [13]. В работах [13-15] авторы установили, что зарегистрированная предварительно на голографической установке информация о частотах и формах колебаний РК при отсутствии вращения является крайне полезной при сопоставлении с данными тензометрирования на различных частотах вращения, полученными при исследовании этого колеса на стенде в составе двигателя. Но сложности в автоматизации проведения голографического эксперимента и высокие

требования к виброизоляции оптической схемы во многом затрудняют использование голографической интерферометрии для исследования вибрационных характеристик РК и других конструкций турбомашин.

В данной работе используется цифровой спекл-интерферометрический метод, который обладая такими достоинствами голографической интерферометрии как панорамность и бесконтактность, менее трудоёмок. При этом требования к виброзащитённости оптической схемы значительно ниже. Цель работы — показать возможности спекл-интерферометрии при исследовании форм колебаний РК с расстройкой параметров.

## 2 Экспериментальные исследования и анализ

С помощью установки, описанной в [16], проведены исследования колебаний РК компрессора авиационного двигателя. Диаметр облопаченного диска порядка 900 мм, высота лопаток 120 мм. Лопаточный венец колеса состоит из 64 лопаток.

Как известно из [1], наибольшие напряжения консольно закреплённые в колесе лопатки испытывают при колебаниях по первой изгибной форме. Это происходит преимущественно при колебаниях РК по диаметральной форме без окружностей. На рисунках 1 и 3 представлены такие формы колебаний колеса, когда лопатки должны колебаться по основному тону. Предварительно замеренная парциальная частота колебаний изолированной лопатки по этой форме составила 404 Гц.

Лопатки на рисунке 1 видны со стороны корыта. Вследствие расстройки параметров колебаний число узловых диаметров выражено нечётко. Как отмечено в [17], для сильно искажённых форм число узловых диаметров является условным понятием. Оно даётся для

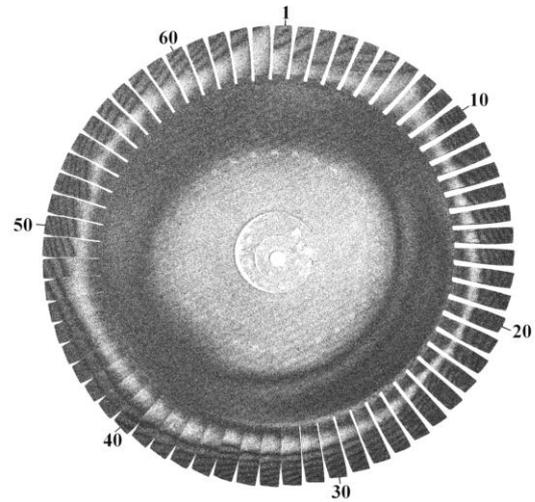


Рисунок 1. Диаметральная форма колебаний колеса компрессора на частоте 380 Гц

наименования формы и указывает лишь на ту форму исходной конструкции, из которой она трансформировалась. Форму колебаний РК, представленную на рисунке 1, можно отнести к случаю колебаний колеса с четырьмя узловыми диаметрами.

По спекл-интерферограмме, представленной на рисунке 1, вычислены амплитуды колебаний торца каждой лопатки со стороны входной кромки по формуле:

$$A_i = \frac{k_i}{4\pi} \lambda \quad (3)$$

где  $A_i$  — амплитуды колебаний точек поверхности лопатки в центре  $i$ - тёмной полосы;  $k_i$  — числовые значения корней функции Бесселя, они заранее известны:  $k_1 = 2.40$ ;  $k_2 = 5.52$ ;  $k_3 = 8.65$  и т.д.;  $\lambda$  — длина волны используемого лазерного излучения ( $\lambda = 532$  нм).

По полученным данным построен график окружного распределения максимальных вибро смещений торцов лопаток (рисунок 2), из которого видно, что при колебаниях колеса на частоте 380 Гц (рисунок 1) ввиду наличия расстройки параметров распределение максимальных вибро смещений по лопаткам сильно искажается и не соответствует формуле (1).

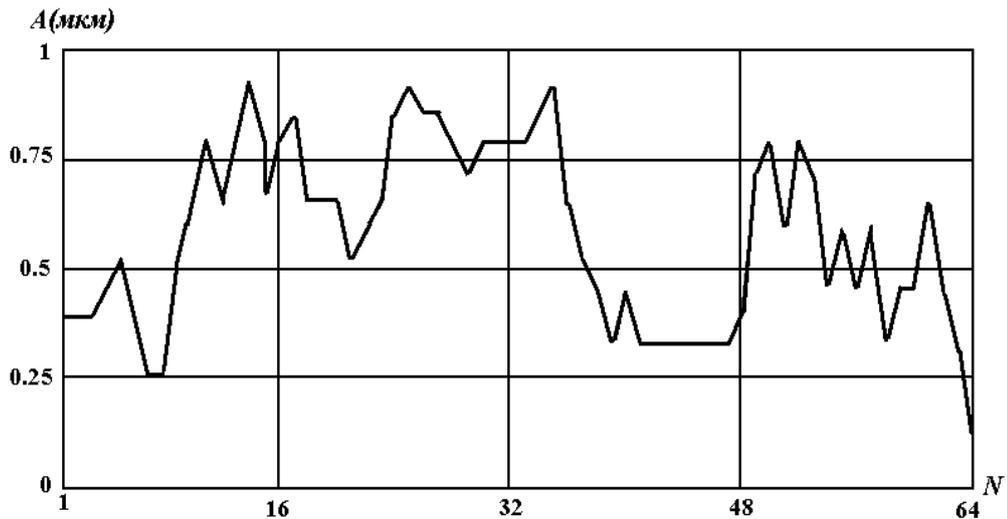


Рисунок 2. График максимальных вибросмещений торцов лопаток рабочего колеса компрессора при колебаниях на частоте 380 Гц

При колебаниях РК по диаметральной форме без окружностей на частоте 380 Гц распределение деформаций лопаточного венца носит негармонический характер, и, как следует из графика на рисунке 2, резонансные амплитуды на близкорасположенных лопатках могут отличаться в несколько раз. Необходимо учитывать, что в соответствии с исследованиями, выполненными в работе [18], при одном и том же наборе лопаток вид этого графика будет другим при изменении расположения лопаток в колесе во время сборки, так как общий окружной

разброс формируется как органически единое явление.

Для РК, имеющих относительно жёсткие диски и лопатки без дополнительных упругих связей между ними, характерна близость собственных частот, отвечающих различным  $n$ . При этом с увеличением  $n$  различие между соседними собственными частотами быстро убывает [1]. Предварительно выполненные численные расчёты собственных форм первого семейства исследуемого колеса частично это подтверждают (рисунок 3).

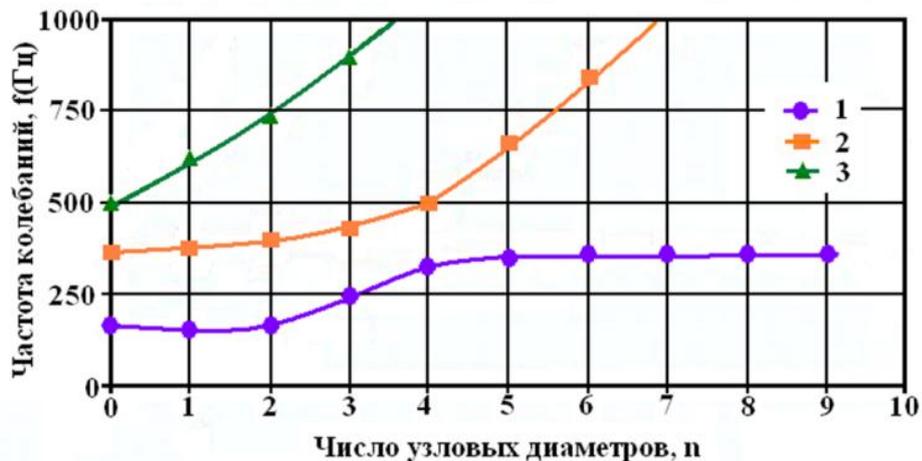


Рисунок 3. Спектр колебаний колеса компрессора: 1 – семейство диаметральных форм; 2,3 – семейства диаметральных форм с окружностями

В результате распределение максимальных вибросмещений по лопаткам в этом случае может быть связано ещё и с суперпозицией колебаний по некоторому числу собственных форм. В связи с этим искажение форм колебаний может происходить не только из-за технологических несовершенств при сборке колеса или при изготовлении

лопаток и диска, но и по причине суперпозиции колебаний по некоторому числу диаметральных форм с близкими собственными частотами. На рисунке 4 приведены формы колебаний этого колеса при незначительном изменении частоты возбуждения по сравнению с предыдущим примером.

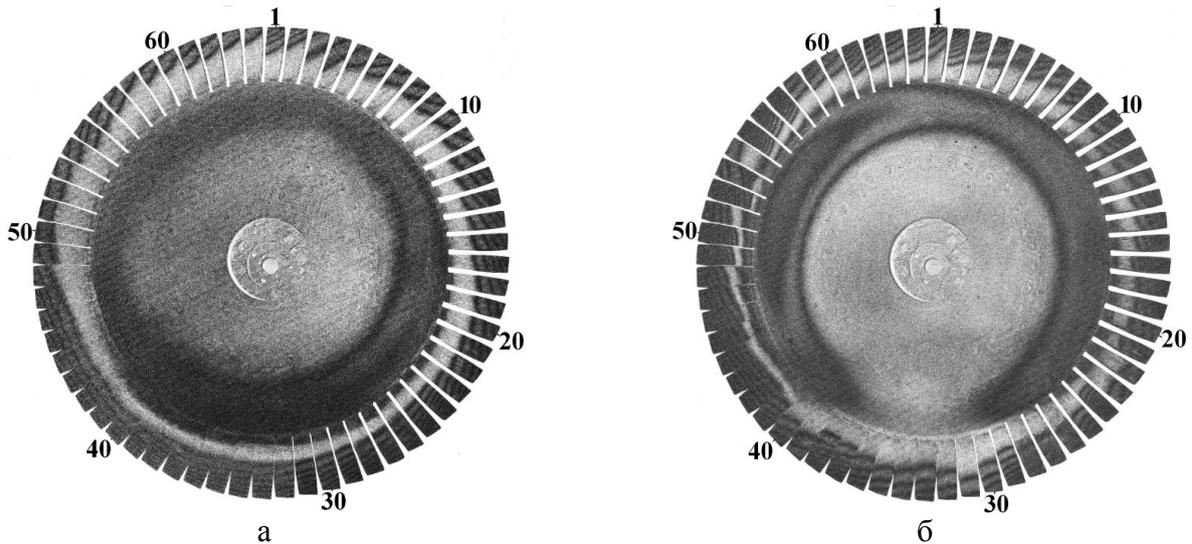


Рисунок 4. Колебания колеса компрессора по диаметральной форме на частотах: а – 377 Гц; б – 387 Гц

При уменьшении частоты возбуждения с 380 Гц до 377 Гц происходит некоторое изменение распределения амплитуд колебаний на лопатках (рисунок 1 и рисунок 4, а). Увеличение частоты возбуждения на 7 Гц приводит к кардинальному перераспределению максимальных вибросмещений всего лопаточного венца (рисунок 4, б). Экспериментально получить теоретическую форму колебаний с явно выраженными узловыми диаметрами в этих условиях затруднительно.

Расстройка колебаний исследуемого РК была обнаружена и при колебаниях по формам, принадлежащим к семейству с одной окружностью (рисунок 5).

Обе формы были получены при одном и том же уровне возбуждающего сигнала. При этом в обоих случаях присутствуют отклонения колебаний лопаточного венца от гармонического закона. Например, на

рисунок 5,а видно, что амплитуды колебаний соседних лопаток под номерами 19 и 20, 50 и 51, 51 и 52, а также 53 и 54 отличаются в несколько раз, что можно объяснить, прежде всего, расстройкой колебаний. То же самое можно обнаружить и на рисунке 5б. Соседние лопатки: 5, 6; 18, 19; 19, 20; 23, 24; 25, 26 колеблются с совершенно разными амплитудами. Кроме того, незначительное изменение частоты возбуждения (менее 1%) приводит к изменению расположения узловых линий на диске, вследствие чего происходит некоторое изменение колебаний лопаточного венца, в частности изменились амплитуды колебаний лопаток 38, 52, 54, 64.

В ходе дальнейших исследований расстройка параметров проявилась и на формах колебаний колеса, принадлежащих к семейству первой формы крутильных колебаний лопатки (рисунок 6).

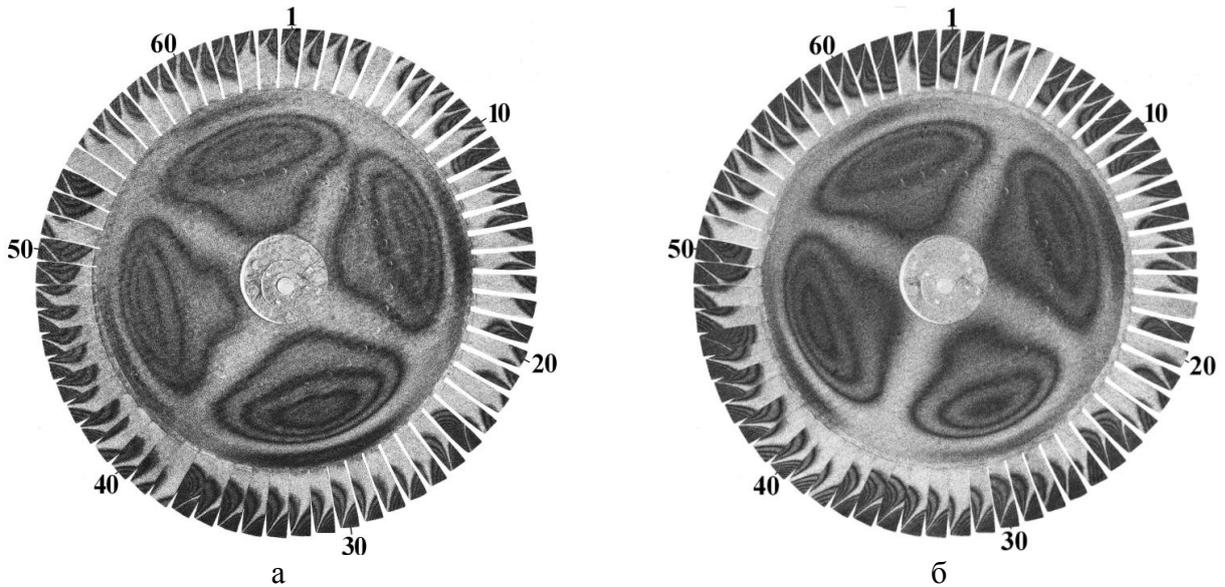


Рисунок 5. Колебания колеса компрессора по форме с двумя диаметрами и одной окружностью на частотах: а – 1247 Гц; б – 1254 Гц

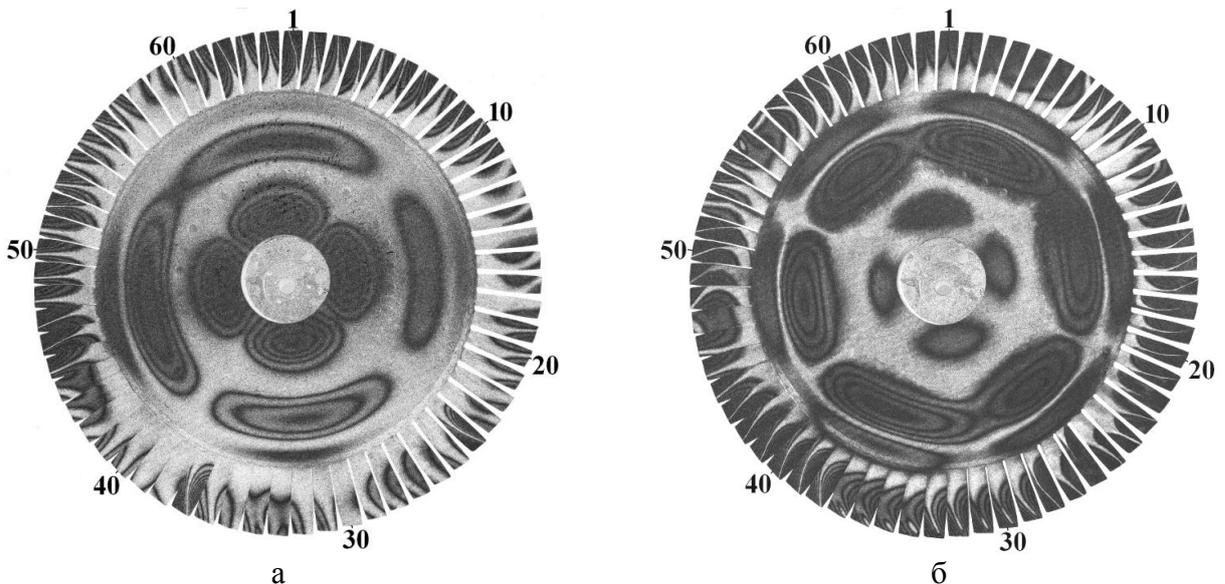


Рисунок 6. Колебания колеса компрессора по формам с двумя окружностями на частотах: а – 1584 Гц; б – 1661 Гц

При колебаниях РК по форме, показанной на рисунке 6,а образуются четыре полуволны деформаций ( $n = 2$ ). На каждом полуволновом участке (лопатки: 9 – 24; 25 – 39; 40 – 56; 57 – 8) распределение амплитуд колебаний лопаток разное. Наибольшие искажения колебаний на этой частоте наблюдаются на полуволне деформации от 25 лопатки по 39. Вместе с тем практически все лопатки совершают крутильные

колебания. На рисунке 6,б приведена форма колебаний колеса этого же семейства, но с шестью полуволнами деформации ( $n = 3$ ). В этом случае некоторые лопатки (например: 7, 12, 14, 47, 55, 56) совершают колебания не по крутильной форме, что противоречит численным расчётам и свидетельствует о высокой степени расстройки колебаний колеса на этой частоте. На рисунке 7 приведено сравнение крутильной формы

колебаний изолированной лопатки с колебаниями лопаток в составе колеса на примере фрагмента лопаточного венца с 7 лопатки по 14 при колебаниях РК по

форме, принадлежащей к семейству первой формы крутильных колебаний лопатки (рисунок 6, б).

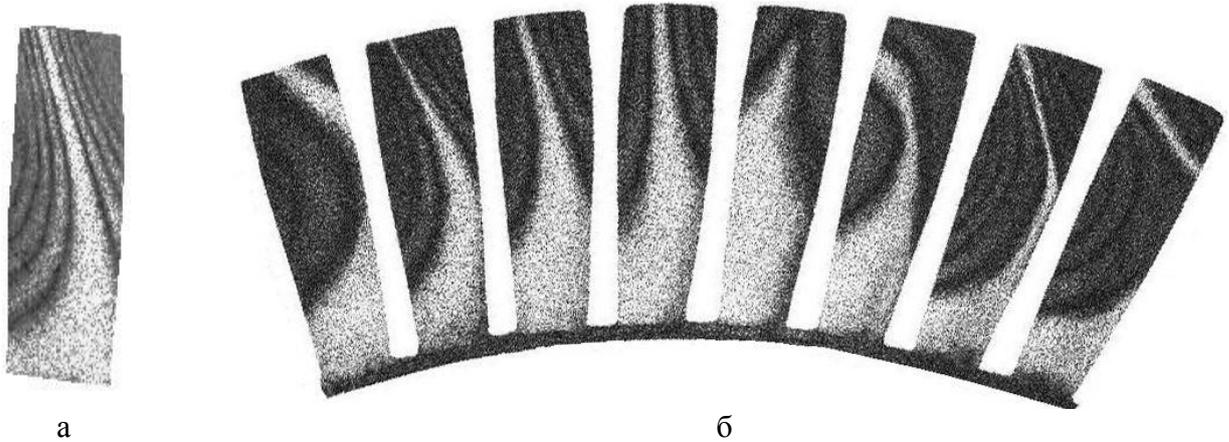


Рисунок 7. Колебания по крутильной форме: а – изолированной лопатки на частоте 1591 Гц; б – лопаток в составе колеса на частоте 1661 Гц

Из приведённого примера видно, что в составе колеса форма колебаний некоторых лопаток может сильно измениться, что неизбежно приведёт к перераспределению напряжений. В этом случае использование результатов распределения напряжений для изолированной лопатки, предварительно полученных в лабораторных условиях,

относительно крутильной формы некорректно. То же самое можно отнести и к фрагментам лопаточного венца 46 – 48, а также 55 – 57.

Увеличение расстройки колебаний исследуемого РК с ростом числа узловых диаметров было зарегистрировано и на более высоких частотах (рисунок 8).

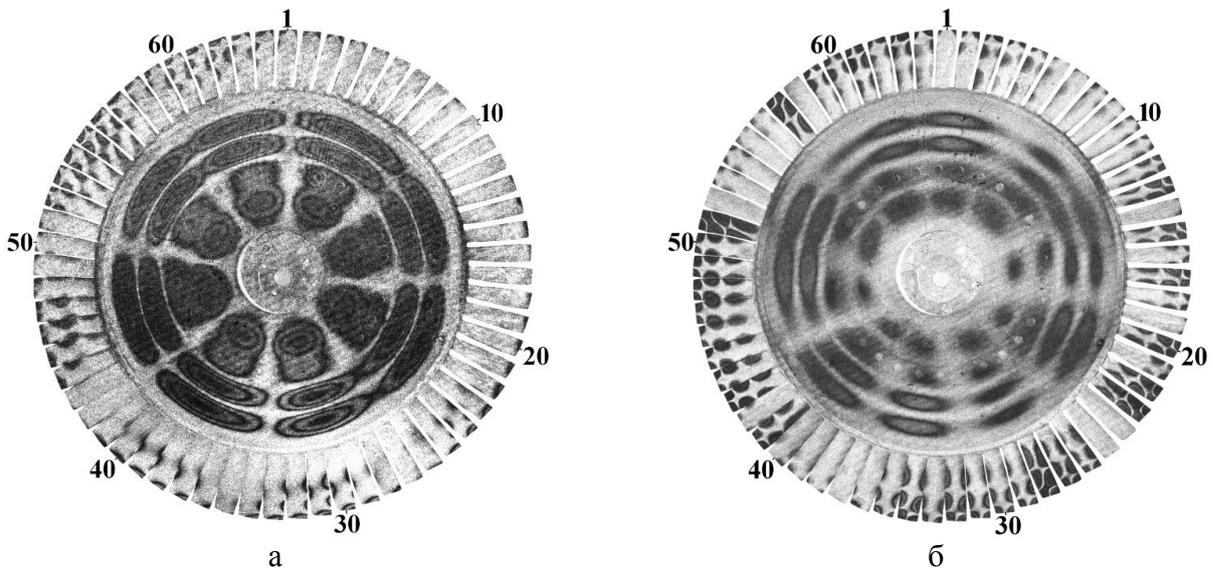


Рисунок 8. Колебания колеса компрессора по формам, относящимся к семейству третьей формы крутильных колебаний лопатки: а – 4531 Гц; б – 4970 Гц

На рисунке 8,а приведена форма колебаний колеса с  $n = 4$ , при этом лопатки колеблются по третьей крутильной форме. Ни в одном из восьми секторов, образованных четырьмя узловыми диаметрами, нет лопаток, амплитуды колебаний которых сильно отличались бы от близлежащих. Степень расстройки колебаний колеса на этой частоте небольшая. При  $n = 5$  (рисунок 8,б) лопатки 14, 20, 22, 23, 28, 41, 51, 57 колеблются со значительно большими амплитудами, следовательно, они испытывают и более высокие напряжения, чем соседние лопатки. При

тензометрировании датчики наклеиваются только на отдельные лопатки или несколько небольших секторов, что может привести к получению заниженных данных по напряжениям при возбуждении колебаний на этой частоте.

При большем числе диаметров искажение форм может усиливаться до такой степени, когда одна или несколько лопаток РК имеют максимальные амплитуды, а вибросмещения остальных имеют существенно меньшую величину (рисунок 9). Такие формы называются локализованными [6,17,19].

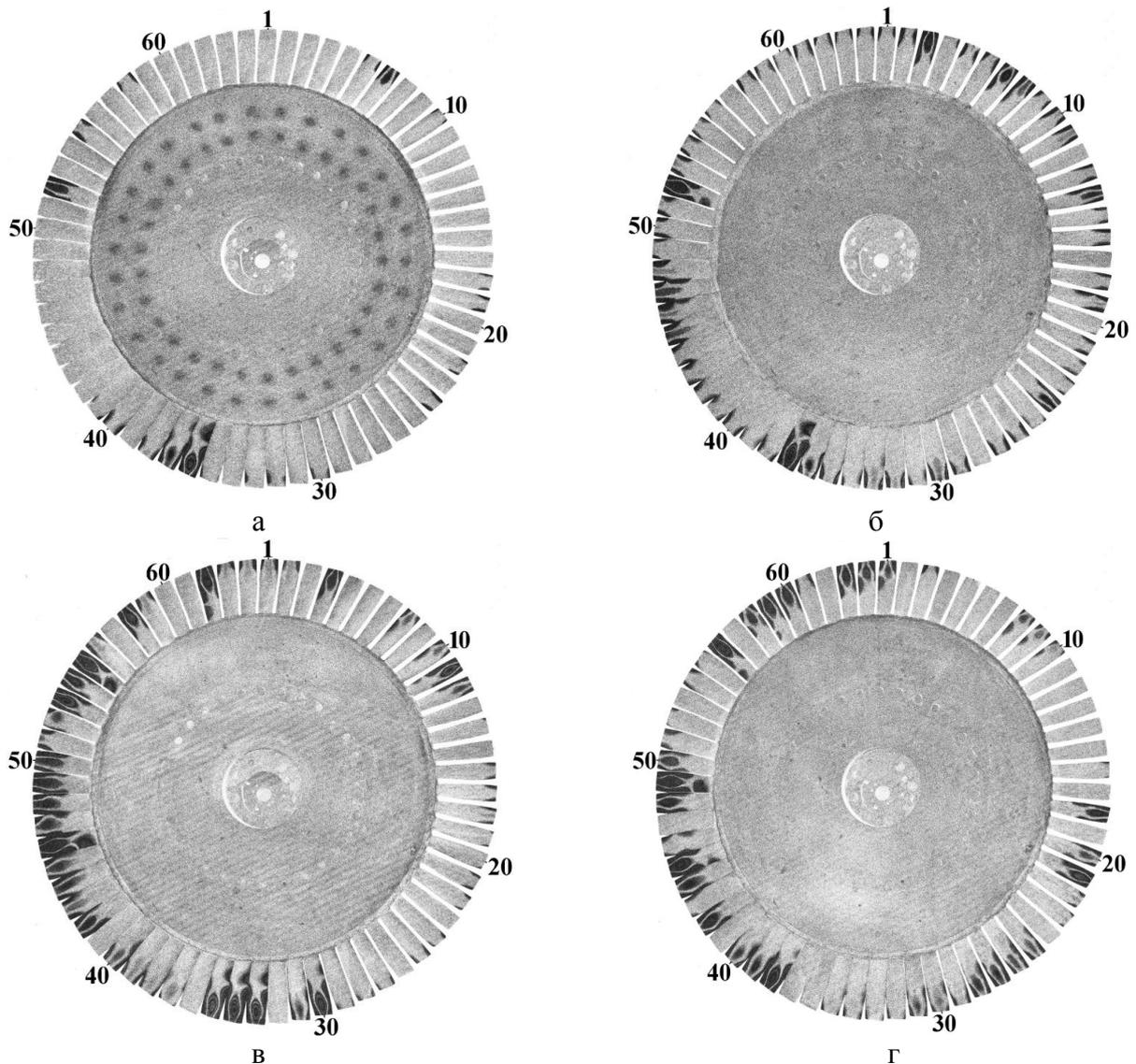


Рисунок 9. Колебания колеса компрессора по формам, относящимся к семейству пластинчатой формы колебаний лопатки: а – 6245 Гц; б – 6292 Гц; в – 6481 Гц; г – 6568 Гц

При колебаниях колеса на частоте 6245 Гц проявляются пятнадцать узловых диаметров (рисунок 9,а). В этом случае с наибольшей амплитудой колеблется лопатка 3,6. Вибросмещения остальных лопаток либо значительно меньше, либо даже ниже предела чувствительности спекл-интерферометра (в данном случае 0,10 мкм). Незначительное увеличение частоты возбуждения до 6292 Гц (рисунок 9,б), что составляет менее 1%, приводит к перераспределению амплитуд колебаний лопаточного венца и наибольшие колебания испытывают лопатки 3, 37, 53. Резкие выпадения амплитуд колебаний отдельных лопаток наблюдаются и на рисунках 9,в и 9,г. Причём каждый раз максимальные вибросмещения наблюдаются на разных лопатках. Это затрудняет получение достоверной информации при тензометрировании.

#### 4 Заключение

Для экспериментального исследования форм колебаний РК компрессора применена цифровая спекл-интерферометрическая установка, которая позволяет регистрировать не только дисковые формы, но и формы колебаний каждой лопатки, находящейся в составе колеса. В настоящее время это одно из самых эффективных и в то же время доступных средств исследования колебаний РК. В результате проведённых экспериментов установлено, что формы колебаний РК в реальности могут отличаться от теоретических представлений. Эти отличия вызваны прежде всего расстройкой колебаний, возникающей вследствие технологических несовершенств при изготовлении лопаток и диска, а также при сборке колеса. Другой причиной искажений форм колебаний для некоторых типов реальных РК может быть близость соседних собственных частот, что также приводит к перераспределению амплитуд колебаний лопаточного венца и формированию окружного разброса

напряжений на лопатках. На сложных формах колебаний исследуемого рабочего колеса зарегистрирована локализация колебаний, когда одна или несколько лопаток колеблются со значительно большей амплитудой, чем остальные. При незначительном изменении частоты с максимальной амплитудой начинает колебаться другая лопатка. Это создает трудности при получении достоверных данных о колебаниях лопаточного венца при тензометрировании и может привести к недооценке динамических напряжений. Поэтому в проблемных случаях необходимо предварительно провести дополнительные экспериментальные исследования колебаний РК на спекл-интерферометрической установке.

#### Список использованных источников

- [1] Иванов, В.П. Колебания рабочих колёс турбомашин/ В.П. Иванов. - М.: Машиностроение, 1983. - 224 с.
- [2] Репецкий, О.В. Численное исследование динамики и долговечности рабочих колёс турбомашин с расстройкой параметров/О.В. Репецкий, И.Н. Рыжиков, Нгуен Тьен Куэт//Вестник ПНИПУ. Аэрокосмическая техника. 2017. №51. С. 39 – 50.
- [3] Нгуен Тьен Куэт. Математическое моделирование и программный комплекс для оценки влияния расстройки параметров рабочих колёс энергетических турбомашин на их долговечность. Дисс. ... канд. техн. наук. - Иркутск, 2018. - 153 с.
- [4] Рыжиков, И.Н. Программный комплекс для исследования колебаний рабочих колёс турбомашин с расстройкой параметров/ И.Н. Рыжиков // Молодёжный вестник ИрГТУ. 2021. Т.11. №2. С.14 – 18.
- [5] Whitehead, D.S. Effect of mistuning on the vibration of turbomachine blades induced by wakes/ D.S.Whitehead // Journal of mechanical engineering science. 1966. V. 8, no. 1, pp. 15–215.
- [6] Wei, S.T. Localization phenomena in Mistuned Assemblies with Cyclic Symmetry Part II: Forced Vibration/ S.T. Wei, C. Pierre // Journal of Vibration, Acoustics, Stress and Reliability in Design. 1988. V. 110, no. 4, pp. 439-449.
- [7] Petrov, E.P. Search of the worst and best mistuning patterns for vibration amplitudes of bladed disks by the optimization methods using sensitivity coefficients/ E.P. Petrov, S.P. Iglin// Proceedings of the

1st ASSMO UK Conference. Engineering Design Optimization (UK, 1999). 1999. С. 303–310.

[8] Хориков, А.А. К вопросу об определении вибрационных напряжений при тензометрировании лопаток турбомашин/А.А. Хориков, С.С. Калачев, П.В. Волков// Вестник двигателестроения. 2006. №3. С.117 – 120.

[9] Пивоварова, М.П. Разработка расчетного метода определения оптимального размещения тензорезисторов и определение коэффициентов чувствительности форм колебаний/ М.П. Пивоварова, В.А. Бессчетнов // Вестник ПНИПУ. Аэрокосмическая техника. 2017. №50. С. 5 – 14.  
DOI: 10.15593/2224-9982/2017.50.01

[10] Рыжиков, И.Н. Влияние расстройки параметров на частоты и формы колебаний конструкций с поворотной симметрией./ И.Н. Рыжиков, Нгуен Тьен Куэт // Механика XXI века. 2015. №14. С. 29 – 33.

[11] Ермаков, А.И. Влияние связанности колебаний на собственные формы рабочего колеса с неидентичными лопатками/ А.И. Ермаков, А.В. Урлапкин, Д.Г. Федорченко// Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета. 2014. №5(47). Ч. 3. С.76 – 81.

[12] Рыжиков, И.Н. Экспериментальные исследования расстройки параметров моделей рабочих колёс газотурбинных двигателей/ И.Н. Рыжиков // Вестник ИргТУ. 2014. №12. С. 53 – 57

[13] Селезнёв, В.Г. Анализ результатов исследования колебаний рабочих колёс турбомашин/ В.Г. Селезнёв, О.И. Ильинская, Ю.И.Павлов // Известия МГТУ «МАМИ». 2014. №4(22). Т.1. С. 68 – 73.

[14] Селезнёв, В.Г. Особенности анализа результатов стендовых испытаний рабочих колёс

турбомашин/В.Г. Селезнёв, Ю.И. Павлов, О.И. Ильинская// Вестник МГТУ им. Н.Э. Баумана. Сер. «Машиностроение». 2015. №1. С. 93 – 100.

[15] Селезнёв, В.Г. Голографическая интерферометрия и ротор-статорное взаимодействие при анализе колебаний рабочих колёс турбомашин/В.Г. Селезнёв, И.Ю. Головченко // Динамика и виброакустика. 2018. Т.4. №3. С. 26 – 30.

[16] Жужукин, А.И. Спекл-интерферометрическая установка для исследования частот и форм колебаний рабочих колёс турбомашин/А.И. Жужукин, К.Г. Непейн// Инженерный журнал: наука и инновации. 2022. Вып. 4.

<http://dx.doi.org/10.18698/2308-6033-2022-4-0000>

[17] Ермаков, А.И. Формирование разброса резонансных напряжений в рабочих колёсах с неидентичными лопатками и слабой связанностью колебаний/ А.И. Ермаков, А.В. Урлапкин, Д.Г. Федорченко// Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета. 2014. №5(47). Ч.4, С. 9 – 13.

[18] Ewins, D. J. Resonant vibration levels of a mistuned bladed disk/ D. J. Ewins, Z.S. Han // Journal of Vibration, Acoustics, Stress and Reliability in Design. 1984. V. 106, no. 2, pp. 211 - 217.

[19] Репецкий, О.В. Локализация колебаний рабочих колёс турбомашин с расстройкой параметров/О.В. Репецкий, Н.И. Рыжиков, А.В. Литин, Н.М. Лутаенко// Современные технологии. Системный анализ. Моделирование. 2009. №1(21). С. 41 – 45.

**SPECKLE INTERFEROMETRY APPLICATION FOR INVESTIGATING THE EFFECT OF PARAMETER MISTUNING OF TURBOMACHINE ROTOR WHEELS ON THEIR NATURAL VIBRATIONS**

**A.I. Zhuzhukin,  
K.G. Nepein**

PJSC «UEC-Kuznetsov»

Zavodskoye Shosse Street 29,  
Samara, 443009, Russian Federation

kg.nepein@uec-kuznetsov.ru

*Compressor rotor wheel vibrations have been investigated using the digital speckle interferometry method. The diametrical mode case study experimentally revealed harmonic distortion of the distribution of the displacement along the circumference. Vibration mode distortion was also registered at one of wheel oscillation modes belonging to the family with the same circumference. It has been experimentally shown that parameter mistuning may not only result in changing the wheel disk vibration modes, but also in that of individual blade vibration modes, which makes the interpretation of rig test results more complicated. The localized modes were revealed at high frequencies of the wheel vibrations, when vibration amplitudes of one or several blades significantly exceed those of the rest.*

**Keywords:** rotor wheel vibrations; parameter mistuning; distortion of vibration modes; localization of vibrations; digital speckle interferometry

## References

- [1] Ivanov, V.P. Kolebaniia rabochikh koles turbomashin [Vibrations of turbomachine rotor wheels]/V.P. Ivanov - Moscow, Mashinostroenie, 1983. - 224 p.
- [2] Repetsky, O.V. Chislennoe issledovanie dinamiki i dolgovechnosti rabochikh koles turbomashin s rasstroikoi parametrov/ O.V. Repetsky, I.N. Ryzhikov, Nguyen Tien Kuet // Vestnik Permskogo natsionalno-issledovatel'skogo politekhnicheskogo universiteta. Aerokosmicheskaya tekhnika. 2017, no. 51, pp. 39 – 50.
- [3] Nguyen Tien Kuet. Matematicheskoe modelirovanie i programmnyi kompleks dlia otsenki vliianiia rasstroiki parametrov rabochikh koles energeticheskikh turbomashin na ikh dolgovechnost. Dissertatsiia Cand. Tech. Sciences. - Irkutsk, 2018. -153 p.
- [4] Ryzhikov, I.N. Programmnyi kompleks dlia issledovaniia kolebaniy rabochikh koles turbomashin s rasstroikoi parametrov/ I.N. Ryzhikov // Molodezhnyi vestnik Irkutskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. 2021. V. 11, no. 2, pp. 14 - 18.
- [5] Whitehead, D.S. Effect of mistuning on the vibration of turbomachine blades induced by wakes/ D.S. Whitehead //Journal of mechanical engineering science. 1966. V. 8, no. 1, pp. 15–215.
- [6] Wei, S.T. Localization phenomena in Mistuned Assemblies with Cyclic SymmetryPart II: Forced Vibration/ S.T. Wei, C. Pierre // Journal of Vibration, Acoustics, Stress and Reliability in Design. 1988. V. 110, no. 4, pp. 439-449.
- [7] Petrov, E.P. Search of the worst and best mistuning patterns for vibration amplitudes of bladed disks by the optimization methods using sensitivity coefficients/ E.P. Petrov, S.P. Iglin// Proceedings of the 1st ASSMO UK Conference. Engineering Design Optimization (UK, 1999). 1999. C. 303–310.
- [8] Khorikov, A.A. K voprosu ob opredelenii vibratsionnykh napriazhenii pri tenzometrirovanii lopatok turbomashin/ A.A. Khorikov, S.S. Kalachev, P.V. Volkov // Vestnik dvigatelestroeniia. 2006, no. 3, pp. 117 - 120.
- [9] Pivovarova, M.P. Razrabotka raschetnogo metoda opredeleniia optimal'nogo razmeshcheniia tenzorezistorov i opredelenie koeffitsientov chuvstvitel'nosti form kolebaniy/ M.P. Pivovarova, V.A. Besschetnov // Vestnik Permskogo natsionalno-issledovatel'skogo politekhnicheskogo universiteta. Aerokosmicheskaya tekhnika. 2017, no. 50, p. 5 - 14.  
DOI: 10.15593/2224-9982/2017.50.01
- [10] Ryzhikov, I.N. Vliianie rasstroiki parametrov na chastoty i formy kolebaniy konstruktssii s povorotnoi simmetriey/ I.N. Ryzhikov, Nguyen Tien Kuet // Mekhanika XXI veku. 2015, no. 14, pp. 29 - 33.
- [11] Ermakov, A.I. Vliianie svyazannosti kolebaniy na sobstvennyye formy rabocheho kolesa s neidentichnymi lopatkami/ A.I. Ermakov, A.V. Uralapkin, D.G. Fedorchenko //Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo aerokosmicheskogo universiteta. 2014, no. 5 (47), part 3, pp. 76 - 81.
- [12] Ryzhikov, I.N. Eksperimentalnye issledovaniia rasstroiki parametrov modelei rabochikh koles gazoturbinnnykh dvigatelei/ I.N. Ryzhikov //Vestnik Irkutskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta. 2014, no. 12, pp. 53-57.

[13] Seleznev, V. G. Analiz rezultatov issledovaniia kolebanii rabochikh koles turbomashin/ V. G. Seleznev, O. I. Ilyinskaya, Yu. I. Pavlov// Izvestiia Moskovskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta "MAMI". 2014, no. 4 (22), V. 1, pp. 68-73.

[14] Seleznev, V.G. Osobennosti analiza rezultatov stendovykh ispytanii rabochikh koles turbomashin/ V.G. Seleznev, Yu.I. Pavlov, O.I. Ilyinskaya // Vestnik Moskovskogo gosudarstvennogo tekhnicheskogo universiteta im. N.E. Baumana. Ser. «Mashinostroenie». 2015, no. 1, pp. 93-100.

[15] Seleznev, V.G. Golograficheskaiia interferometriia i rotor statornoe vzaimodeistvie pri analize kolebanii rabochikh koles turbomashin/ V.G. Seleznev, I.Yu. Golovchenko // Dinamika i vibroakustika, 2018, V.4, no.3, pp. 26-30.

[16] Zhuzhukin, A.I. Speklinterferometricheskaiia ustanovka dlia issledovaniia chastot i form kolebanii rabochikh koles turbomashin/ A.I. Zhuzhukin, K.G. Nepein // Inzhenernyi zhurnal: nauka i innovatsii. 2022, issue 4.

<http://dx.doi.org/10.18698/2308-6033-2022-4-0000>

[17] Ermakov, A.I. Formirovanie razbroza rezonansnykh napriazhenii v rabochikh kolesakh s neidentichnymi lopatkami i slaboi sviazannosti kolebanii/ A.I. Ermakov, A.V. Uralapkin, D.G. Fedorchenko D.G.//Vestnik Samarskogo gosudarstvennogo aerokosmicheskogo universiteta. 2014, no. 5 (47), part 4, pp. 9 - 13.

[18] Ewins, D. J. Resonant vibration levels of a mistuned bladed disk/ D. J. Ewins, Z.S. Han // Journal of Vibration, Acoustics, Stress and Reliability in Design. 1984. V. 106, no. 2, pp. 211 - 217.

[19] Repetsky, O.V. Lokalizatsiia kolebanii rabochikh koles turbomashin s rasstroikoi parametrov/ O.V. Repetsky, I.N. Ryzhikov, A.V. Litin, N.M. Lutaenko // Sovremennye tekhnologii. Sistemnyi analiz. Modelirovanie. 2009, no. 1 (21), pp. 41 - 45.