

УДК 621.833.2

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В СИСТЕМЕ СМАЗКИ ГАЗОТУРБИННОГО ДВИГА- ТЕЛЯ

**А.И. Гулиенко,  
Ю.М. Щуровский**

НТЦ «Центральный институт  
авиационного моторостроения  
имени П.И.Баранова»  
Авиамоторная, 2,  
г. Москва, Российская Федерация,  
111116  
gulienko-contrl@ciam.ru

*Объектом исследований является система смазки с электроприводными откачивающими и нагнетающим шестерёнными насосами. Проведен анализ особенностей рабочего процесса в агрегатах систем смазки и сделана оценка возможности применения гомогенной модели для описания течения двухфазной смеси типа «масляная пена». Изложен принцип построения математической модели систем смазки на базе динамических уравнений типовых процессов в узлах – течения двухфазной смеси, смешения потоков жидкости и воздуха, заполнения междузубовых впадин шестерённой пары в зоне всасывания насоса. Выполнена верификация разработанной математической модели путём сравнения расчётных и экспериментальных процессов.*

**Ключевые слова:** Система смазки; динамическая математическая модель; шестерённый насос; регулируемый электропривод; гомогенная двухфазная среда; заполнение с расширением; газотурбинный двигатель.

### 1 Введение

В цикле работ ЦИАМ по созданию «электрического» газотурбинного двигателя (ГТД) для «полностью электрического» самолёта разработана демонстрационная система смазки с электроприводными откачивающими и нагнетающим насосами [1]. Проведённые испытания системы показали, что в обеспечении её эффективной работы имеется ряд проблем, требующих проведения детальных расчётов. Для их выполнения необходима разработка математической модели, которая учитывала бы ряд специфических явлений, возникающих при работе системы, таких как смешение жидкостных и газовых потоков, заполнение междузубовых впадин в зоне всасывания шестерённых насосов двухфазной средой и др. Принципы создания такой модели и её идентификация по данным экспериментов изложены ниже. Математическая модель позволяет рассчитывать на стационарных и переходных режимах работы давление, температуру и величину расхода рабочего тела в тракте прокачки; содержание в узлах системы воздуха, поступающего в масляные полости из газоздушного тракта двигателя, с учётом теплофизических характеристик жидкости и газа в зависимости от давления, температуры и объёмного газосодержания.

### 2 Особенности рабочего процесса в агрегатах систем смазки ГТД

Система смазки ГТД должна обеспечить во всех условиях эксплуатации надёжную подачу жидкого масла из маслобака в подшипниковые узлы опор роторов и к трущимся элементам в коробке приводов агрегатов, утилизацию в масло тепла от теплонапряжённых узлов двигателя, возврат обратно в бак подогретой масловоздушной смеси, а также утилизацию в атмосферу воздуха, наддувающего опоры роторов. Система содержит подсистемы нагнетания, откачки и суфлирования, которые представляет собой комплекс взаимосвязанных трубопроводами гидравлических и пневматических агрегатов.

В агрегатах системы (насосах, масляных полостях и др.) происходят процессы различной физической природы (гидравлические, тепловые и др.). При этом на их входе и выходе плотность рабочей среды может существенно отличаться из-за изменения содержания в масле воздуха или из-за неполного заполнения впадин шестерён в зоне всасывания.

Из маслобака чистое масло (без воздуха или с его минимальным количеством) поступает на вход нагнетающего насоса. Он обеспечивает подачу масла к форсункам подшипников опор роторов, расположенных в масляных полостях (МП). Для ис-

ключения возможности перетекания масла из этих полостей в газовоздушный тракт ГТД организуется поступление в МП воздуха из полостей ГТД по уплотнениям на роторе.

Проходя через подшипники МП, жидкое масло дробится на мелкие капли, которые, перемешиваясь с поступающим воздухом, образуют двухфазную среду типа «масляная пена». Процесс перемешивания определяет, какая среда будет поступать далее в агрегаты за масляной полостью – гомогенная, эмульсионная и т.п. По высоте масляной полости наблюдается неравномерность по величине массового газосодержания – вверху оно выше. С выходов МП вспененная двухфазная среда с объёмным газосодержанием до 50 ... 90% поступает на вход откачивающего насоса (насосов) и вход насоса системы суфлирования.

Наличие путевых потерь давления в трубопроводе подвода двухфазной смеси к насосу, местных потерь на входных кромках шестерён и на увеличения скорости потока от скорости во входном патрубке

до окружной скорости головок зубьев шестерён, приводит к уменьшению давления на входе во междузубовые впадины шестерён и частичному их заполнению за время пребывания в зоне всасывания. Заполнению впадин препятствуют центробежные силы, развивающиеся в жидкости при вращении шестерён. Особенностью заполнения впадин двухфазной средой является то, что при неполном их заполнении газовая часть среды начинает расширяться до полного заполнения и плотность среды уменьшается. В результате заполнения с расширением газовой фазы массовая производительность насоса уменьшается из-за уменьшения плотности среды, поступающей на выход насоса.

На рисунке 1 приведена принципиальная схема демонстрационной системы смазки с электроприводными насосами (ДЭСС) и даны обозначения её параметров по тракту прокачки – давлений  $P$ , расходов  $G$ , частот вращения роторов  $n$  и частоты электросети  $f$ .

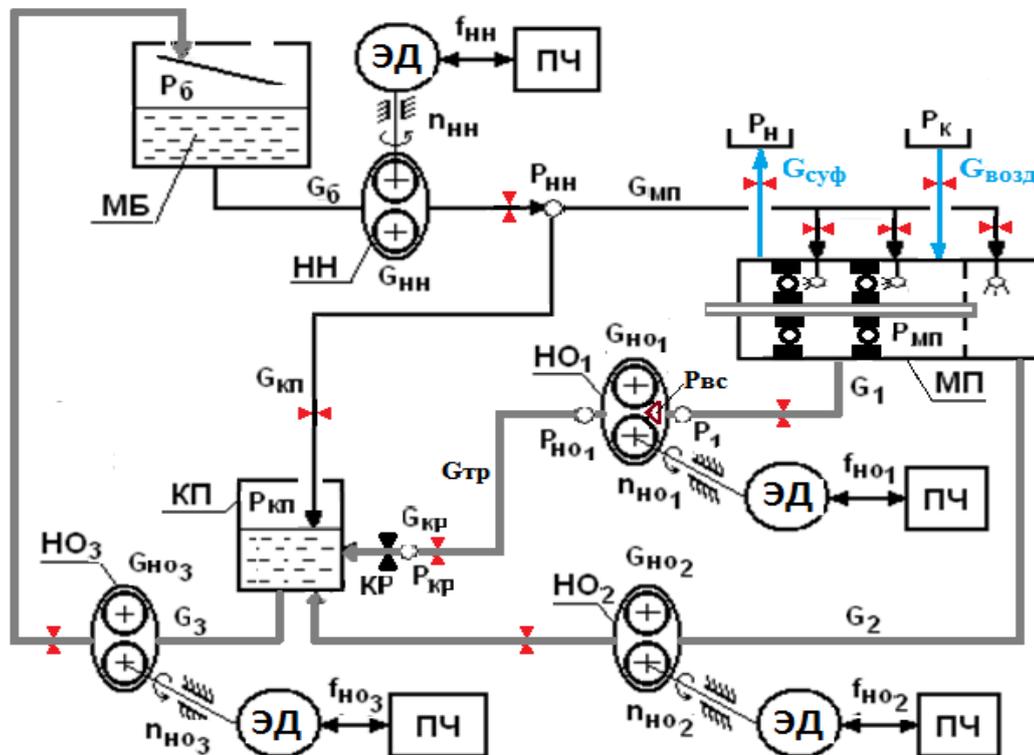


Рисунок 1. Принципиальная схема демонстрационной системы смазки:

МБ – маслобак, НН – нагнетающий насос, НО – откачивающие насосы, ЭД – электродвигатели, ПЧ – преобразователи частоты электросети, МП – масляная полость, КП – картер коробки приводов, КР – кран, имитирующий засорение фильтра на входе в маслобак

ДЭСС содержит четыре шестерённых насоса, каждый из которых приводится во вращение от асинхронного электродвигателя ЭД с управлением от преобразователей частоты питающей сети ПЧ, и цифровую систему управления. Нагнетающий насос НН подаёт масло в масляную полость МП с подшипниками, вращающихся стендовым электродвигателем. На выходе откачивающих насосов НО<sub>1</sub> и НО<sub>2</sub> масло объединяется в один поток и поступает в коробку приводов КП, из которой насос НО<sub>3</sub> подает масло в маслобак МБ. Масляная полость наддувается воздухом ( $G_{\text{возд}}$ ) от компрессора с давлением  $P_k$ , а магистраль суфлирования ( $G_{\text{суф}}$ ) соединена с атмосферой (давление  $P_n$ ).

### 3 Идеализация течения рабочей среды в тракте её прокачки

Математическая модель системы смазки должна рассчитать на стационарных и переходных режимах работы подачу рабочей среды в виде двухфазной смеси, чистого масла или воздуха, а также величины массового и объёмного газосодержания, давления и температуры среды по тракту её прокачки. При этом необходимо учитывать зависимости теплофизических характеристик жидкости и газа (плотности, вязкости, удельной теплоёмкости и скорости воздуха) от давления, температуры и объёмного газосодержания.

Определение параметров двухфазных потоков (расходов, давлений, объёмного газосодержания и др.) актуально для многих систем, таких как паровые котлы, рефрижераторы, конденсаторы, экономайзеры, испарители, установки, используемые для транспортировки пароводяных и нефтегазовых смесей, перекачки суспензии и др. Им посвящены многочисленные работы, в которых, рассмотрены различные модели течения двухфазных потоков, методы расчёта гидравлического сопротивления каналов и т.п. В этих работах показано, что при пуске установок обычно реализуются режимы течения двухфазной смеси типа пузырьковых и снарядных, которые могут переходить в эмульсионный режим течения, характерный тем, что газовая фаза

распространена в потоке в виде небольших объёмов, между которыми находится слой жидкой фазы.

На стационарных режимах работы установок реализуется, как правило, кольцевое или дисперсное течение, у которого жидкая фаза распределена в газовой фазе в виде мелких капель. В кольцевой модели жидкость движется по стенке трубы в виде плёнки, а в центральной части трубы пар образует «ядро» потока как, например, в теплообменных аппаратах и парогенераторах. Имеющиеся экспериментальные данные по системам смазки ГТД показывают, что для них такой режим маловероятен, и при построении математической модели кольцевой режим не рассматривался.

Для описания течения дисперсных двухфазных потоков используются, в основном, две модели - гомогенная и гетерогенная. В модели гомогенного потока принимается, что жидкая и газовая фазы распределены равномерно, при этом скорости их движения и температуры одинаковы. Гетерогенная модель рассматривает двухфазный поток как систему из двух фаз, разделённых межфазными границами, движущимися с разными скоростями.

Модель течения гомогенных двухфазных потоков без «проскальзывания» фаз получила название модель НЕМ (Homogeneous Model) [2]. Она широко используется для решения практических задач, например, в программном комплексе «Гидросистема» для расчёта потокораспределения при транспортировке нефтегазовых смесей [3].

Для оценки возможности применения гомогенной модели течения двухфазной среды при описании процессов потокораспределения в тракте откачки демонстрационной электроприводной системы смазки (ДЭСС) проведён анализ экспериментальных данных по частоте колебаний (пульсаций) давлений в тракте от масляной полости подшипника до первого разрыва потока смеси. При этом подача масла проводилась на шарикоподшипники с вращением, и шарики работали как миксер, перемешивая масло с воздухом.

Как известно, в тракте подачи жидкости (газа) минимальное значение частоты гар-

монических пульсаций давлений по тракту практически всегда соответствует собственной частоте колебаний трубопроводной системы, которая зависит от величины скорости звука в рабочей среде и длин трубопроводов. При испытаниях ДЭСС в тракте откачки «масляной пены» ниже масляной полости регулярно регистрировались колебания давления с разной частотой (рисунок 2). Частота колебаний давления за откачивающим насосом  $P_{\text{вых.н}}$  равна  $\sim 5.5$  Гц, а перед дроссельным краном  $P_{\text{кр}}$  колебания носили полигармонический характер: имеются низкая частота  $0.3 \dots 0.5$  Гц, повышенная частота  $32$  Гц и частота  $\sim 5.5$  Гц, равная частоте колебаний на выходе насоса.

Частоту  $5.5$  Гц можно считать собственной частотой трубопроводной системы от МП до КП, т.к. низкочастотные колебания  $0.3 \dots 0.5$  Гц обусловлены процессами заполнения междузубовых впадин шестерён в зоне всасывания откачивающего насоса и связанного с этим изменения плотности.

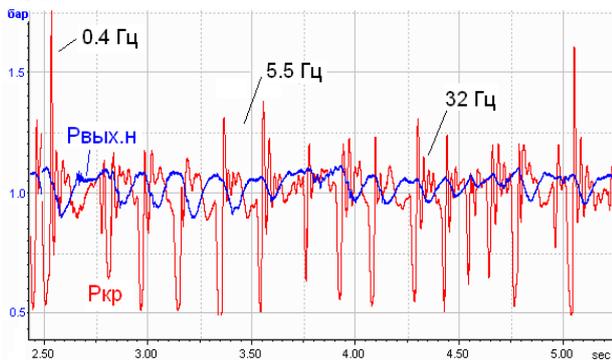


Рисунок 2. Колебания давлений в тракте откачки из МП «масляной пены»

Длина одноточного трубопровода от насоса  $НО_1$  до картера коробки приводов составляет  $2.4$  м. Его можно рассматривать как «закрыто-закрытую» акустическую систему, для которой собственная частота колебаний в Гц равна скорости звука в смеси, разделённую на удвоенное значение длины трубопровода [4]. Тогда для частоты колебаний  $5.5$  Гц скорость звука в рабочей среде («масляной пене») должна быть равна  $5.5 \cdot 2 \cdot 2.4 = 26.4$  м/с.

Расчётные значения скорости звука в чистом масле и воздухе равны  $1350$  м/с и

$330$  м/с соответственно, т.е. они значительно больше рассчитанного значения  $26.4$  м/с. Такая низкая скорость звука может реализоваться в гомогенной модели течения смеси жидкости и газа [3]. На рисунке 3 приведены величины скорости звука для разных сред и нанесено расчётное значение скорости звука в ДЭСС, определённое на основе анализа пульсаций давления.

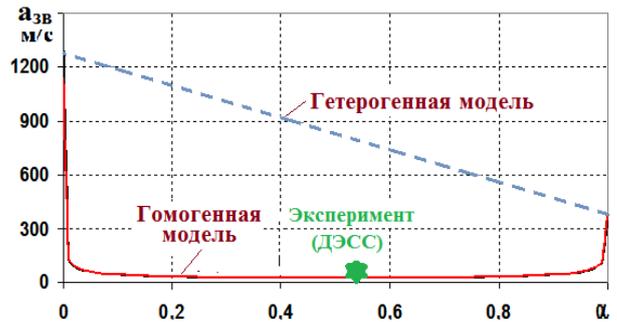


Рисунок 3. Зависимость скорости звука в двухфазной среде от объёмного газосодержания  $\alpha$

Таким образом, можно считать, что модель НЕМ является приемлемой для расчёта параметров двухфазной смеси типа «масляная пена» на режимах с вращением подшипников.

Особенностью модели НЕМ является то, что двухфазная среда рассматривается как однородная однофазная смесь, термодинамические характеристики которой (гомогенные плотность  $\rho_{\text{см}}$ , кинематическая вязкость  $\nu_{\text{см}}$ , удельная теплоёмкость  $С_{\text{р см}}$ , показатель изоэнтропы  $k_{\text{э}}$  и скорость звука  $a_{\text{зв см}}$ ) зависят от объёмного газосодержания  $\alpha$ , а также от индивидуальных характеристик жидкости ( $\rho^{\text{ж}}, \nu^{\text{ж}}, С_{\text{р}}^{\text{ж}}, a_{\text{зв ж}}^2$ ) и газа ( $\rho^{\text{г}}, \nu^{\text{г}}, С_{\text{р}}^{\text{г}}, a_{\text{зв г}}^2$ ). При этом  $\rho_{\text{см}} = \rho^{\text{ж}} (1 - \alpha) + \rho^{\text{г}} \alpha$ ,  $\nu_{\text{см}} = \nu^{\text{ж}} (1 - \alpha) + \nu^{\text{г}} \alpha$ ,  $С_{\text{р см}} = С_{\text{р}}^{\text{ж}} (1 - \alpha) \cdot \rho^{\text{ж}} / \rho_{\text{см}} + С_{\text{р}}^{\text{г}} \cdot \alpha \cdot \rho^{\text{г}} / \rho_{\text{см}}$ ,  $1/a_{\text{зв см}}^2 = \rho_{\text{см}} [(1 - \alpha) / (\rho^{\text{ж}} a_{\text{зв ж}}^2) + \alpha / (\rho^{\text{г}} a_{\text{зв г}}^2)]$ . Потери давления рассчитываются по формуле Дарси-Вейсбаха, в которой используется гомогенная плотность смеси.

Массовое (объёмное) газосодержание – это массовая (объёмная) доля газа в двухфазной смеси короткого (бесконечно малого) участка трубопровода или в конечном объёме смеси. Для модели НЕМ скорости

течения в фазах одинаковы и отношение долей объёмов тождественно равно отношению величин расходов. Т.е. для расчёта массового газосодержания  $x_{см}$  справедливо соотношение

$$x_{см} = M_{г.ф} / (M_{г.ф} + M_{ж.ф}) = \\ = G_{г.ф} / (G_{г.ф} + G_{ж.ф}),$$

где  $M_{г.ф}$ ,  $M_{ж.ф}$  – масса газа и жидкости соответствующей фазы на участке (в объёме), а  $G_{г.ф}$ ,  $G_{ж.ф}$  – массовые расходы газа и жидкости.

Объёмное газосодержание  $\alpha$  связано с массовым  $x_{см}$  соотношением

$$\alpha = 1 / [1 + (1 - x_{см}) / x_{см} \cdot \rho^г / \rho^ж] = \\ = 1 / [1 + (1 / x_{см} - 1) \cdot \rho^г / \rho^ж].$$

В процессе исследований электроприводной системы смазки было обращено внимание на то, что электрическая мощность электропривода насоса, откачивающего «масляную пену», превышает его гидравлическую мощность: величина гидравлической мощности составляла 80 Вт, в то время как величина электрической – 240Вт. Это показывает, что необходимо уточнение метода расчёта мощности насосов при работе на двухфазной смеси с целью учёта особенностей её течения в тракте насоса.

При перемещении смеси из зоны всасывания в зону нагнетания насоса она располагается во впадинах шестерён и из-за действия центробежных сил, возникающих при их вращении, масса более тяжёлой жидкой фазы смеси стремится к периферии шестерён, по их радиусу возникает неравномерность распределения массы и, следовательно, плотности смеси. При подходе к зоне нагнетания, в которой давление выше давления в зоне всасывания, крутящий момент электродвигателя привода насоса стремится преодолеть действие перепада давлений на насосе и происходит сжатие двухфазной смеси.

Неравномерно распределённая по радиусу шестерён масса учтена в модели приближённо в виде сосредоточенных масс, расположенных в двух объёмах: один содержит массу с повышенной плот-

ностью – условно жидкость, а второй пониженную – газ. В таком виде течение в шестерённом насосе двухфазной смеси описывается гомогенной моделью с локальным парциальным сжатием жидкости и газа.

При допущении, что сжатие жидкого и газового объёмов происходит без взаимного влияния друг на друга, а величины парциальных работ на сжатие подчиняются правилу аддитивности и связаны между собой величиной объёмного газосодержания  $\alpha$ , имеем следующее выражение для расчёта работы сжатия смеси с распределением объёмов:

$$A_{сж.парц} = (1 - \alpha^m) A_{ж.о} + \alpha^m A_{г.о} = \\ = (1 - \alpha^m) (P_{вых} - P_{вх}) / \rho_{ж.о} + \\ + \alpha^m 1 / (1 - 1/kэ) \cdot RT_{см} \cdot (\pi_n^{(1-1/kэ)} - 1),$$

где  $A_{ж.о}$ ,  $A_{г.о}$  – работа сжатия жидкого и изоэнтروпическая работа сжатия газового объёмов;  $m = 6 \dots 10$  – коэффициент распределения жидкого и газового объёмов по радиусу шестерни (определяется экспериментально);  $\pi_n = P_{вых} / P_{вх}$  – отношение давления на выходе насоса к давлению на входе;  $R$  – газовая постоянная;  $T_{см}$  – температура смеси на входе в насос;  $\rho_{ж.о}$ ,  $\rho_{г.о} = P_{вх} / RT_{см}$  – плотность жидкости и газа в объёмах;  $kэ$  – показатель изоэнтропы ( $1/kэ = (1 - \alpha) / k^ж + \alpha / k^г$ ;  $k^ж$ ,  $k^г$  – показатели адиабаты жидкости и газа).

Потребляемая насосом гидравлическая мощность  $N_{шн}$  равна сумме полезной мощности (произведение работы сжатия перекачиваемой смеси на её массовый расход  $G_n$ ) и потерь мощности  $\Delta N_{гидр}$  на преодоление сил трения в радиальных и осевых зазорах шестерён.

#### 4 Построение динамической математической модели системы смазки

Агрегаты систем смазки образует замкнутую разветвлённую систему трубопроводов с маслобаком, насосами подачи в масляные полости жидкого масла и откачки из них двухфазной смеси, с фильтрами и клапанами различного типа (регулирующие, предохранительные, обратные и

др.). Её математическая модель построена по модульному принципу, представляя собой совокупность дифференциальных, интегральных и алгебраических уравнений, отражающих взаимосвязь протекающих в системе гидравлических, газовых и тепловых процессов с учётом расходных и мощностных характеристик насосов и электроприводов [5]. Решение системы уравнений модели выполняется в программе для ЭВМ методом прямого численного расчёта без итераций.

В качестве модулей используются конечные элементы системы, под которыми понимается части пневмогидравлической схемы (ПГС). Для проведения расчётов ПГС разбивается на отдельные участки течения рабочей среды (трубопроводы и т.п.), которые образуют рёбра расчётной схемы. Связь между участками осуществляется сосредоточенными объемами (ёмкостями), которые образуют узлы расчётной схемы. Распределённые потери давления на трение в пределах участка сосредотачиваются на границе участка и суммируются с потерями на местных постоянных и переменных сопротивлениях. Движение двухфазной среды на участках, которая рассматривается как однородная сжимаемая ньютоновская среда из смеси жидкости и идеального газа, происходит под действием перепада давлений на их концах.

Насосы располагаются на участках и представляются квазистатической расходной характеристикой, отражающей зависимость объёмной производительности насоса от частоты вращения его вала с учётом перетока рабочей среды по зазорам шестерённой пары с выхода насоса на его вход.

В качестве узлов ПГС ДЭСС (рис.1) приняты место разветвления трубопроводов за нагнетающим насосом (давление  $P_{нн}$ ), где поток разделяется на подачу масла к форсункам масляной полости МП и коробку приводов КП, объёмы на входе в откачивающий насос НО1 (давление  $P_1$ ) и его выходе (давление  $P_{но1}$ ), объём перед дроссельным краном (Ркр) и объём масляной полости (Рмп). В этих узлах рассчитываются давление, температура, плотность и

массовое газосодержание рабочей смеси. В зоне всасывания насоса НО1 (треугольник) также рассчитывается давление -  $P_{вс}$ . Узлы расчётной схемы образуют также объёмы маслобака и коробки приводов, в которых давления  $P_б$  и  $P_{кп}$  приняты постоянными, равными атмосферному давлению  $P_{ат}$ . В МП подаётся воздух от компрессора с давлением  $P_к$ . Сосредоточенные сопротивления на участках показаны треугольниками. На схеме показаны также четыре ротора трансмиссий с частотой вращения  $n_{нн}$ ,  $n_{но1}$ ,  $n_{но2}$  и  $n_{но3}$ , отражающих взаимодействие крутящих моментов насосов и их электропривода.

Принимается, что в пределах участка давление и температура рабочей среды, а также её теплофизические характеристики в виде зависимостей плотности и вязкости рабочей среды от температуры, постоянны по длине и изменяются только во времени. В ёмкостях происходит слияние потоков рабочей среды и изменение её теплофизических и термодинамических характеристик. При этом по всему объёму параметры состояния (давление, температура, газосодержание) одинаковы и изменяются только во времени.

При движении двухфазной смеси в одностороннем трубопроводе величина массового газосодержания  $x_{см}$  не изменяется по длине, а величина  $\alpha$  изменяется при изменении плотности жидкости и газа, например, из-за потерь давления.

В математической модели ДЭСС использованы следующие конечные элементы: соединительный трубопровод (расчёт массового расхода двухфазной смеси и разделение его на расход жидкой и газовой фаз); газожидкостная ёмкость (расчёт давления, температуры и массового газосодержания двухфазной смеси); шестерённый насос (расчёт подачи и температуры двухфазной смеси на выходе из насоса, а также потребляемой им мощности с переменными объёмным и гидравлическим коэффициентами полезного действия); трансмиссия «электродвигатель-насос» (расчёт частоты вращения ротора электродвигателя).

## 5 Основные уравнения конечных элементов математической модели

Для исследования характеристик систем смазки предлагаются, как правило, математические модели, основанные на статических соотношениях гидравлики для определения расходов несжимаемой рабочей среды и требующих применения итерационных процессов. При этом не учитываются динамические свойства соединяющих трубопроводов, изменение газосодержания по тракту прокачки двухфазной смеси и др.

Изложенный выше принцип формирования конечных элементов в виде участков и ёмкостей позволяет применить единый подход к описанию массо- и теплопереноса разнообразной рабочей среды – жидкости, газа и гомогенных двухфазных смесей, расчёту давления и температур рабочей среды, а также положения и скорости механических элементов. При этом для описания физических процессов используются уравнения движения жидкости, газа или двухфазного потока для расчёта величины массового расхода на участке с учётом инерционности рабочей среды, неразрывности её течения с учётом сжимаемости в сосредоточенных объёмах, движения твёрдого тела для расчёта частоты вращения.

Уравнения описания этих процессов изложены во многих работах по исследованию характеристик газотурбинных и жидкостных ракетных двигателей, например [6], и использованы в математической модели ДЭСС. Ниже приведено разработанное уравнение движения двухфазной гомогенной смеси в трубопроводе и система уравнений процесса заполнения междузубовых впадин шестерён. Эти уравнения во многом определяют динамические характеристики систем смазки, но в литературе не освещены.

**Расчёт массового расхода двухфазной смеси**  $G_i^{cm}$  на  $i$ -ом участке производится по уравнению изозэнтропического течения инерционной сжимаемой двухфазной среды под действием гидравлического  $\Delta H_i$  и гидростатического напоров

$$L_i dG_i^{cm} / dt = \Delta H_i \pm \rho_i^{cm} g \Delta h \cos \theta - \Delta p_i,$$

$$\Delta H_i = (1 - \alpha_i) \cdot (P_j - P_{j+1}) \cdot \beta_i^{2/k\alpha} + P_j \cdot \alpha_i \cdot 1 / (1 - 1/k\alpha) \cdot \beta_i^{1/k\alpha} \cdot (\beta_i^{1/k\alpha} - \beta_i),$$

где  $\Delta p_i$  – потери давления на участке;  $\rho_{i,cm} = (1 - \alpha_i) \rho_j^{ж} + \alpha_i \rho_j^г$ ,  $v_{i,cm} = (1 - \alpha_i) v_j^{ж} + \alpha_i v_j^г$ ,  $x_{i,cm}$ ,  $\alpha_i$  – гомогенная плотность, кинематическая вязкость, массовое и объёмное содержания смеси на входе в участок;  $\beta_i = P_{j+1} / P_j$ ,  $\beta_i \geq \beta_{кр}$  – отношение давления на выходе участка к давлению на входе, величина которого больше критического значения  $\beta_{кр}$ ;  $L_i$  – коэффициент инерционного сопротивления (отношение длины участка  $l_i$  к площади его поперечного сечения  $F_i$ );  $\Delta h$  – разность высот от входа до выхода;  $\theta$  – угол наклона трубы к вертикали.

Расчёт суммарных потерь давления на участке  $\Delta p_i$  проведён при допущении об их аддитивности при ламинарном и турбулентном режимах течения

$$\Delta p_{лам} = 32\pi \cdot v_{i,cm} \cdot l_i / F_i^2 \cdot G_i^{cm} \quad \text{– ламинарные;}$$

$$\Delta p_{пут} = 4 \cdot l_i / [d_i \cdot (1.8 \lg 10 / \bar{\Delta}_i)^2] / [2\rho_i^{cm} F_i^2] \cdot |G_i^{cm}| G_i^{cm} \quad \text{– путевые;}$$

$$\Delta p_{мест} = 4 \cdot \sum \zeta_{i,m} / [2\rho_i^{cm} F_i^2] \cdot |G_i^{cm}| G_i^{cm} \quad \text{– местные;}$$

$$\Delta p_i = \Delta p_{лам} + \Delta p_{пут} + \Delta p_{мест} \quad \text{– суммарные.}$$

При расчёте потерь давления в зоне всасывания на участке от входа в насос до периферии зубьев шестерён, кроме местных потерь на входных кромках шестерён и на расширение и перемешивание потоков в зоне всасывания, необходимо учитывать потери на увеличение скорости потока от скорости во входном патрубке до окружной скорости головок зубьев шестерён  $\Delta p_{ск}$  и на преодоление действия центробежных сил  $\Delta p_{цс}$ . Эти потери рассчитываются по соотношениям из работы [7] по плотности смеси в зоне всасывания  $\rho_{вс}$ :

$$\Delta p_{ск} = \rho_{вс} [(\pi D_{ш} n_n / 60)^2 - (G_{шн} / \rho_{вс} F_{вс})^2] / 2,$$

$$\Delta p_{цс} = V_{зап} \cdot \rho_{вс} \cdot (\pi n_n / 30)^2 / 2,$$

где  $D_{ш}$  – диаметр шестерён,  $n_n$  – частота вращения насоса,  $V_{зап}$  – заполняемый объём впадин.

Разделение общего массового расхода смеси на массовый расход воздуха  $G_i^B$  и жидкого масла  $G_i^M$  обеспечивают следующие уравнения:  $G_i^B = G_i^{CM} x_{i,CM}$ ,  $G_i^M = G_i^{CM} - G_i^B$ .

Приведённые уравнения позволяют рассчитать расход двухфазной смеси под действием единого перепада давлений на концах участка  $P_j - P_{j+1}$ , обеспечивая плавный переход от расчёта расхода двухфазной смеси к расчёту расходов жидкости или газа.

**Заполнение междузубовых впадин** шестерённой пары имеет место во время пребывания шестерён в зоне всасывания, которая характеризуется длиной дуги  $L_{вс}$ . Математическое описание этого процесса проведено при следующей его идеализации: плотность смеси одинакова по всему объёму зоны, величина массового газосодержания от входа в насос до выхода из него не изменяется, т.к. считается, что в насосе отсутствуют процессы вскипания и конденсации жидкой фазы, а также сепарация газовой фазы в застойных зонах; давление на периферии зубьев шестерён равно разности давлений на входе в насос и потерь давления по тракту течения смеси; давление в незаполненном объёме впадин определяется по уравнению изотермического расширения смеси, и оно одинаково во всех заполняемых впадинах; в зоне всасывания находится несколько пар зубьев и суммарный объём между ними заполняется одновременно; плотность смеси, поступающей на выход насоса, определяется по плотности жидкой и газовых фаз и объёмному газосодержанию во впадинах.

Время пребывания  $\Delta t_{зап}$  в зоне всасывания междузубовых впадин, суммарный объём которых составляет  $V_{вп}$ , равно  $\Delta t_{зап} = L_{вс}/(\pi D_{ш} n_n/60)$ , и за это время во впадинах накапливается объём смеси  $V_{зап}$ , равный

$$V_{зап} = \sum_{j=t-\Delta t_{зап}}^{j=t} (G_{вс,j} + G_{ум,j}) / \rho_{вс,j} \cdot \Delta t_{ум},$$

$$0 \leq V_{зап} \leq V_{вп},$$

где  $G_{вс}$  и  $G_{ум}$  – величина расходов, поступающих в зону всасывания,  $\Delta t$  – шаг интегрирования системы уравнений.

Давление в незаполненной части впадин  $P_{вп}$  определяется как результат изотермического расширения газовой фазы смеси от давления на периферии шестерён  $P_{вс}$ , т.е.  $P_{вп} = P_{вс} V_{зап} / V_{вп}$ . Коэффициент объёмного газосодержания во впадинах  $\alpha_{вп}$  равен:

$$\alpha_{вп} = 1/[1+(1/x_{вс}-1)P_{вп}/T_{вс}/R^B/\rho_{вс}^B],$$

$$0 \leq \alpha_{вп} \leq 1.$$

На выходе насоса образуется смесь с плотностью

$$\rho_{шн} = (1 - \alpha_{вп}) \rho_{вс}^B + \alpha_{вп} P_{наг} / T_{вс} / R^B.$$

При полном заполнении впадин плотность рабочей среды в них равна плотности в зоне всасывания, а при неполном – формируется более низкое значение плотности за счёт увеличения объёма газовой фазы смеси.

На чистой жидкости неполное заполнение впадин приводит к процессам кавитации в насосе, когда возникают и разрушаются паровые пузырьки, что сопровождается местными гидравлическими ударами.

В процессе заполнения двухфазной средой впадин шестерён с расширением в них происходит увеличение объёмного газосодержания. Из-за этого уменьшается давление во впадинах  $P_{вп}$  и плотность смеси, что приводит к уменьшению массового расхода через насос и перетоков смеси по зазорам шестерён. В результате уменьшается суммарная величина массового расхода, поступающего на заполнение впадин, и уменьшается степень их наполнения, что ещё больше снижает плотность рабочей среды на выходе насоса.

Возникает положительная обратная связь: неполное заполнение впадин → уменьшение плотности смеси из-за расширения газовой фазы смеси → уменьшение массовой подачи → снижение заполнения впадин → уменьшение плотности и т.д., которая может приводить к повышенному объёмному газосодержанию в тракте прокачки смеси.

## 6. Верификация математической модели системы смазки

Верификация математической модели проводилась путём сравнения соответствующих расчётных и экспериментальных переходных процессов в системе смазки. При проведении экспериментальных исследований электроприводной системы смазки было отмечено замедленное (10...20 с) протекание переходных процессов по расходу и давлениям в тракте прокачки масла при изменении режима работы системы. Температурное равновесия в системе устанавливается за 60...65 с.

Для определения характерного времени гидравлических процессов в электроприводной системе смазки проведены испытания с заданием команд от системы управления на изменение производительности нагнетающего и откачивающего насосов. Команда подавалась скачком на преобразователь частоты питающей сети для изменения частоты вращения ротора электродвигателя. Расчётные и экспериментальные переходные процессы по давлению на выходе нагнетающего ( $P_{нн.вых}$ ) и откачивающего ( $P_{но.вых}$ ) насосов при изменении их производительности приведены на рисунке 4.

Из рисунка 4,А видно, что расчётные и экспериментальные переходные процессы по давлению на выходе нагнетающего насоса при увеличении его производительности близки к аperiodическим. Время выхода каждого параметра в тракте нагнетания на установившийся режим составляет 0.9...1.0 с. Это время определяется, в основном, инерционными свойствами ротора электродвигателя, так как постоянная времени массы масла в трубопроводе за насосом на этих режимах составляет 0.006...0.01 с.

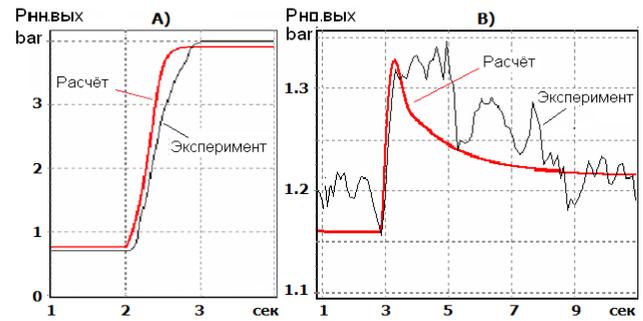


Рисунок 4. Переходные процессы при изменении производительности насосов: А) – нагнетающий, В) – откачивающий

При изменении производительности откачивающего насоса переходные процессы в тракте прокачки масла (рисунок 4,В) значительно отличаются от процессов при изменении производительности нагнетающего насоса. Видно, что начальная стадия изменения давлений на выходе насоса длится практически одинаково – время выхода равно 1,5 с, а далее протекание процессов резко различается. При этом имеет место заброс по давлению, обусловленный сжимаемостью двухфазной смеси («масляной пены») в тракте её прокачки, и наблюдаются затухающие колебания. Время установления нового режима увеличивается и составляет ~ 8 с, т.е. время переходных процессов в тракте откачки почти на порядок больше времен процессов в тракте нагнетания. Это время определяется временем установления величины газосодержания в масляной полости.

Колебания давлений в тракте откачки масловоздушной смеси из масляной полости не повлияли на значения параметров в тракте нагнетания из-за наличия воздуха в масляной полости, которая является фильтром. При изменении же прокачки нагнетающего насоса параметры системы изменяются, как в тракте нагнетания, так и откачки.

С учётом сложности описываемых явлений в системе смазки результаты проведённых расчётов могут быть оценены как приемлемые для первого этапа исследований.

## 7. Заключение

Расчётно-экспериментальное исследование характеристик системы смазки с электроприводными нагнетающим и откачивающим насосами показало, что при математическом моделировании таких систем необходимо учитывать инерционность и сжимаемость рабочей среды, которая изменяется в зависимости от величины объёмного газосодержания, переменного по тракту прокачки.

Удовлетворительная сходимость расчётных и экспериментальных данных получена при описании течения двухфазной смеси типа «масляная пена» гомогенной моделью без «проскальзывания» жидкой и газовой фаз (модель НЕМ- Homogeneous Model), а в шестерённых насосах – введением учёта парциального сжатия жидкости и газа. Возможность использования такой модели обоснована путём анализа акустических колебаний в трубопроводах системы смазки.

Расчётами с помощью разработанной математической модели показано, что прокачка насосами сжимаемой двухфазной смеси на режиме работы с неполным заполнением междузубовых впадин шестерён во время их пребывания в зоне всасывания сопровождается появлением положительной обратной связи вида: неполное заполнение впадин → уменьшение плотности смеси из-за расширения газовой фазы смеси → уменьшение массовой подачи → снижение заполнения впадин → уменьшение плотности и т.д.

## Список использованных источников

- [1] Gurevich O.S., Gulienko A.I. Demonstration Systems of the Gas-turbine Engine for the "Electric" Airplane. State Centre of Science "Central Institute of Aviation Motors", Moscow, Russia. *ICAS Biennial Workshop – 2013 "The More Electrical Aircraft: Achievements & perspectives for the future"*, Cape town, South Africa, 2 September 2013.
- [2] Уоллис Г. *Одномерные двухфазные течения*. Пер. с англ. М.: Мир, 1972.
- [3] Юдовина Е. Ф., Пашенкова Е. С., Корельштейн Л. Б. Программный комплекс «Гидросистема» и его использование для гидравлических расчетов трубопроводных систем. В кн.: *Математическое моделирование трубопроводных систем энергетики* // Тр. XII Всерос. научн. семина. с междунар. участ. 20–26 сентября 2010 г. Иркутск, ИСЭМ СО РАН, 2010.
- [4] Гликман Б.Ф. *Автоматическое регулирование жидкостных ракетных двигателей*. М.: Машиностроение, 1974.
- [5] Щуровский Ю.М. Методический подход к математическому моделированию систем смазки ГТД. *Тезисы доклада на междунар. Молодёжной научной конференции «XII Королёвские чтения»*. СГАУ им.С.П.Королёва, сб. трудов, т.1, стр.85, 1-3 октября 2013.
- [6] *Теория автоматического управления ракетными двигателями*. / Калнин В.М., Дятлов В.В., Науменкова Н.В. Под редакцией А.А. Шевякова. М.: Машиностроение, 1978.
- [7] Е.М.Юдин. *Шестерённые насосы*. Москва, Оборонгиз, 1964.

## DYNAMIC MATHEMATICAL MODEL OF THE LUBRICATION SYSTEM

**Anatoly I. Gulienko,  
Yuri.M. Shchurovskiy**

Central Institute  
of Aviation Motors (CIAM)  
Aviamotornaya, 2,  
Moscow,  
111116, Russian Federation  
gulienko-contrl@ciam.ru

*The object of research is the lubrication system with supply and scavenges oil gear pumps with electric drives. Analyzed the features of the workflow in aggregates lubrication systems, and evaluated the possibility of applying a homogeneous model for the description of a two-phase mixture of "oil foam". It describes the principles of construction of mathematical model of the lubrication system based on dynamic equations of the typical processes in the nodes - flow of two-phase mixture, mixing air and liquid flows, filling cavities of the pinion pairs in the suction side of the pump. Verification of the developed mathematical model is made by comparing the calculated and experimental processes.*

**Key words:** *Lubrication system; dynamic mathematical model; gear pump; controlled electric drive; homogeneous two-phase flow; filling with expansion; gas turbine engine.*

### References

- [1] Gurevich O.S., Gulienko A.I. Demonstration Systems of the Gas-turbine Engine for the "Electric" Airplane. State Centre of Science "Central Institute of Aviation Motors", Moscow, Russia. *ICAS Biennial Workshop – 2013 "The More Electrical Aircraft: Achievements & perspectives for the future"*, Cape town, South Africa, 2 September 2013.
- [2] Uollis G. Odnomerny'e dvuxfazny'e techeniya. Per. s angl. M.: Mir, 1972.
- [3] Yudovina E. F., Pashenkova E. S., Korel'shtejn L. B. Programmny'j kompleks «Gidro-sistema» i ego ispol'zovanie dlya gidravlicheskih raschetov truboprovodny'x sistem. V kn.: *Matematicheskoe modelirovanie truboprovodny'x sistem e'nergetiki // Tr. XII Vseros. nauchn. semin. s mezhdunar. uchast. 20–26 sentyabrya 2010 g.* Irkutsk, ISE'M SO RAN, 2010.
- [4] Glikman B.F. Avtomaticheskoe regulirovanie zhidkostny'x raketny'x dvigatelej. M.: Mashinostroenie, 1974.
- [5] Shchurovskiy Yu.M. Metodicheskij podxod k matematicheskomu modelirovaniyu sistem smazki GTD. Tezi-sy' doklada na mezhd. Molodyozhnoj nauchnoj konferencii «XII Korolyovskie chteniya». SGAU im.S.P.Korolyova, sb. trudov, t.1, str.85, 1-3 oktyabrya 2013.
- [6] Teoriya avtomaticheskogo upravleniya raketny'mi dvigatelyami./ Kalnin V.M., Dyatlov V.V., Naumenkova N.V. Pod redakciej A.A. Shevyakova. M.: Mashinostroenie, 1978.
- [7] E.M. Yudin. Shesteryonny'e nasosy'. Moskva, Oborongiz, 1964.