

## О ПОГРЕШНОСТЯХ ИЗМЕРЕНИЯ ОСТАТОЧНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ И ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ПРЕДЕЛА ВЫНОСЛИВОСТИ УПРОЧНЁННЫХ ДЕТАЛЕЙ

**Сазанов В.П.  
Павлов В.Ф.  
Матвеева К.Ф.  
Коньихова А.С.**

Самарский национальный  
исследовательский университет  
имени академика С. П. Королёва  
(Самарский университет)

Московское шоссе, д. 34,  
г. Самара, 443086,  
Российская Федерация

[sopromat@ssau.ru](mailto:sopromat@ssau.ru)

*Исследование посвящено анализу расхождения результатов прогнозирования и испытаний на многоцикловую усталость цилиндрических деталей с концентраторами напряжений в виде полукруглого надреза, изготовленных из конструкционных стале 20, 45, 30ХГСА и 40Х. Поверхность деталей подвергалась упрочнению методами гидродробеструйной и пневмодробеструйной обработок. При прогнозировании методом образцов-свидетелей для определения остаточных напряжений в упрочнённом слое применялись втулки длиной 80 мм с наружным диаметром 51,5 мм и внутренним 45 мм. Моделирование остаточного напряжённо-деформированного состояния во втулках и деталях с надрезами выполнено методом конечных элементов в среде расчётных комплексов PATRAN/NASTRAN и ANSYS методом термоупругости. При прогнозировании приращения предела выносливости за счёт упрочнения для деталей с надрезами принимался критерий среднеинтегральных остаточных напряжений, определяемый на критической глубине нераспространяющейся трещины усталости. Расхождение расчётного прогнозирования и результатов испытаний при изгибе в случае симметричного цикла составило не более 11% при пневмодробеструйной и не более 8% при гидродробеструйной обработках. Полученные положительные результаты исследования показали, что принятые допущения в методе образцов-свидетелей являются вполне обоснованными.*

**Ключевые слова:** *поверхностное упрочнение; дробеструйная обработка; остаточные напряжения; первоначальные деформации; конечно-элементное моделирование; среднеинтегральные остаточные напряжения; предел выносливости*

### 1 Введение

Количественной и качественной оценкой любого расчётно-экспериментального метода является его точность, выраженная в виде погрешности или расхождении расчётных и экспериментальных результатов. Особенно актуальным данный вопрос становится в случае, когда его составляющие части или этапы не имеют альтернативы для оценки, а общий результат можно сравнивать только с результатами натуральных испытаний. В данном исследовании рассмотрен метод образцов-свидетелей [1, 2], предназначенный для прогнозирования сопротивления усталости упрочнённых деталей. Составными частями метода образцов-свидетелей являются:

- определение распределений остаточных напряжений по толщине упрочнённого слоя в образцах или деталях;
- моделирование остаточного напряжённо-деформированного состояния в образцах и деталях;
- прогнозирование предела выносливости упрочнённых деталей с использованием критерия среднеинтегральных остаточных напряжений [3-5].

Первая часть по своему содержанию является расчётно-экспериментальным этапом, а вторая и третья – расчётными. Сущность метода образцов-свидетелей заключается в том, что специальный образец определённых размеров проходит весь технологический цикл упрочнения вместе со штатной деталью, и его основное назначе-

ние – получение с него эпюр с распределениями остаточных напряжений по толщине упрочнённого слоя. Данные результаты используются на втором этапе, результаты которого соответственно переходят на третий этап для прогнозирования сопротивления усталости упрочнённых деталей. В проведённом исследовании рассматривается вопрос о расхождении расчётных и экспериментальных результатов приращений пределов выносливости за счёт упрочнения цилиндрических деталей с полукруглыми надрезами, изготовленных из различных сталей.

## **2 Экспериментальное определение распределений остаточных напряжений**

В разработанных методах прогнозирования сопротивления усталости упрочнённых деталей необходимым условием является наличие в качестве исходных данных эпюр остаточных напряжений по толщине упрочнённого слоя. Данные эпюры можно получить только механическими способами, наиболее надёжными и доступными из которых являются метод колец и полосок и метод частичного удаления поверхности [6, 7]. Оба метода принципиально не различаются и практически дают одинаковые результаты [5]. Поскольку при механических методах происходит частичное или полное разрушение детали, то наиболее целесообразно использовать для измерения остаточных напряжений образцы-свидетели. Неразрушающие физические методы (рентгеновский и другие) не позволяют получить информацию по остаточным напряжениям в упрочнённом слое в виде некоторой алгебраической зависимости от его глубины.

Указанные выше механические методы, как и любые расчётно-экспериментальные способы, имеют методические погрешности и разбросы результатов, связанные с отклонениями механических свойств материала и технологических параметров операций упрочнения. Методические погрешности связаны, во-первых, со схемой

и конструкцией установки с измерительными инструментами и приборами, во-вторых, с выбранной теорией расчёта напряжений по полученной деформационной кривой. Обычно расчёт остаточных напряжений выполняется по балочной теории с линейным напряжённым состоянием, однако в зависимости от размеров упрочняемой детали здесь имеет место плоское напряжённое или плоское деформированное состояние.

В связи с большим рассеиванием результаты измерения остаточных напряжений, как правило, подвергаются статистической обработке, для чего используется партия из 10-30 образцов. Следует отметить, что современные установки с механическими методами измерения остаточных напряжений позволяют измерять их в наиболее распространённых в авиастроении типовых элементах конструкций.

## **3 Моделирование остаточных напряжений и прогнозирование сопротивления усталости упрочнённых деталей**

Моделирование остаточного напряжённо-деформированного состояния представляет собой решение обратной задачи о первоначальных деформациях [8]. Это случай, когда известны одна или две эпюры по распределению остаточных напряжений по толщине упрочнённого слоя, и требуется определить компоненты первоначальных деформаций, которые вызывают эти напряжения. Первоначальные деформации вызывают остаточные напряжения только тогда, когда их компоненты не удовлетворяют условиям совместности, а в другом случае они могут существовать, не вызывая напряжений. Отсюда следует, что для определения компонент первоначальных деформаций знания остаточных напряжений недостаточно, так как данному решению будет удовлетворять бесчисленное множество однородных систем компонент первоначальных деформаций.

Приближённое, но достаточно точное решение можно получить, используя конечно-элементное моделирование в среде современных расчётных комплексов типа ANSYS, PATRAN/NASTRAN и аналогию задачи о первоначальных напряжениях и задачи термоупругости [9-12]. Аналогия задач позволяет заменить первоначальные деформации неравномерным температурным полем, а соотношения между компонентами регулируются линейными коэффициентами температурного расширения по соответствующим направлениям системы координат. Для однозначности решения и раскрытия статической неопределённости необходимо, в том числе, принять следующие условия и допущения:

- угловые первоначальные деформации отсутствуют;
- соотношения между компонентами первоначальных деформаций известны и одинаковы во всех точках упрочнённого слоя детали;
- зависимости первоначальных деформаций по толщине упрочнённого слоя одинаковы во всех сечениях детали.

Методика определения первоначальных деформаций приведена в [9–11]. Соотношение между компонентами первоначальных деформаций зависит от вида упрочняющей обработки [12]. Решение задачи выполняется пошаговым (итерационным) методом до получения таких значений первоначальных деформаций, при которых выполняется экспериментальная эпюра остаточных напряжений. При использовании образца-свидетеля предполагается, что его первоначальные деформации и деформации исследуемой детали одинаковы. Тогда первоначальные деформации, полученные на конечно-элементной модели образца, можно переносить на модель упрочнённой вместе с ним детали.

Для расчёта приращения предела выносливости за счёт упрочнения выбирается критерий прогнозирования. На основании многочисленных экспериментов и исследований предпочтение отдаётся критерию среднеинтегральных остаточных напряже-

ний [3], для которого требуется эпюра остаточных напряжений в опасном сечении детали (концентраторе напряжений). Данная эпюра выводится из результатов расчёта остаточного напряжённо-деформированного состояния конечно-элементной модели детали.

#### **4 Основные результаты прогнозирования предела выносливости и испытаний на усталость цилиндрических деталей с концентраторами напряжений**

Исследование проводилось на сплошных и полых цилиндрических деталях с концентраторами напряжений в виде полукруглого надреза. Детали изготавливались из сталей 20, 45, 40Х и 30ХГСА различного типоразмера с полукруглым надрезом радиуса  $R = 0,3$  мм. Для упрочнения поверхности деталей применялись гидродробеструйная (ГДО) и пневмодробеструйная (ПДО) обработки на режимах, характерных для авиационного двигателестроения. В качестве образцов-свидетелей использовались втулки длиной 80 мм с наружным диаметром 51,5 мм и внутренним 45 мм. Для снижения разброса при изготовлении деталей из каждого материала использовались прутки одной плавки. Повышенные требования к определению пределов выносливости предопределили применение селекции по механическим свойствам заготовок деталей и образцов-свидетелей. Для каждого прутка механические свойства на растяжение определялись на 3-5 образцах. Разброс характеристик не превысил  $\pm 2\%$ . Для исключения влияния окончательной обработки (точение, шлифование) на предел выносливости упрочнённых деталей наклепаный слой толщиной 0,10-0,15 мм удалялся электрополированием до нанесения надреза. После нанесения надреза фасонным резцом также применялось электрополирование с целью удаления по контуру слоя толщиной 40-50 мкм, наклепанного точением. На упрочнённых деталях надрезы наносились

после операции упрочнения и также подвергались электрополированию. Эпюры осевых  $\sigma_z$  и окружных  $\sigma_\theta$  остаточных напряжений определялись на кольцах и полосках (партии из 10-15 штук), вырезанных из образцов-свидетелей (втулок 51,5x45 мм) [5]. Результаты измерений и расчётов подвергались статистической обработке. Следует отметить, что при использовании таких втулок для изготовления колец и полосок не нужно рассверливать детали, проводить тензометрирование

и определять при этом дополнительные остаточные напряжения [5]. Эпюры осевых остаточных напряжений  $\sigma_z$ , которые оказывают определяющее влияние на повышение сопротивления усталости при упрочнении, приведены на рисунке 1. Эпюры окружных остаточных напряжений не приводятся, так как после гидродробеструйной и пневмодробеструйной обработки выполняется условие  $\sigma_z = \sigma_\theta$  [4].

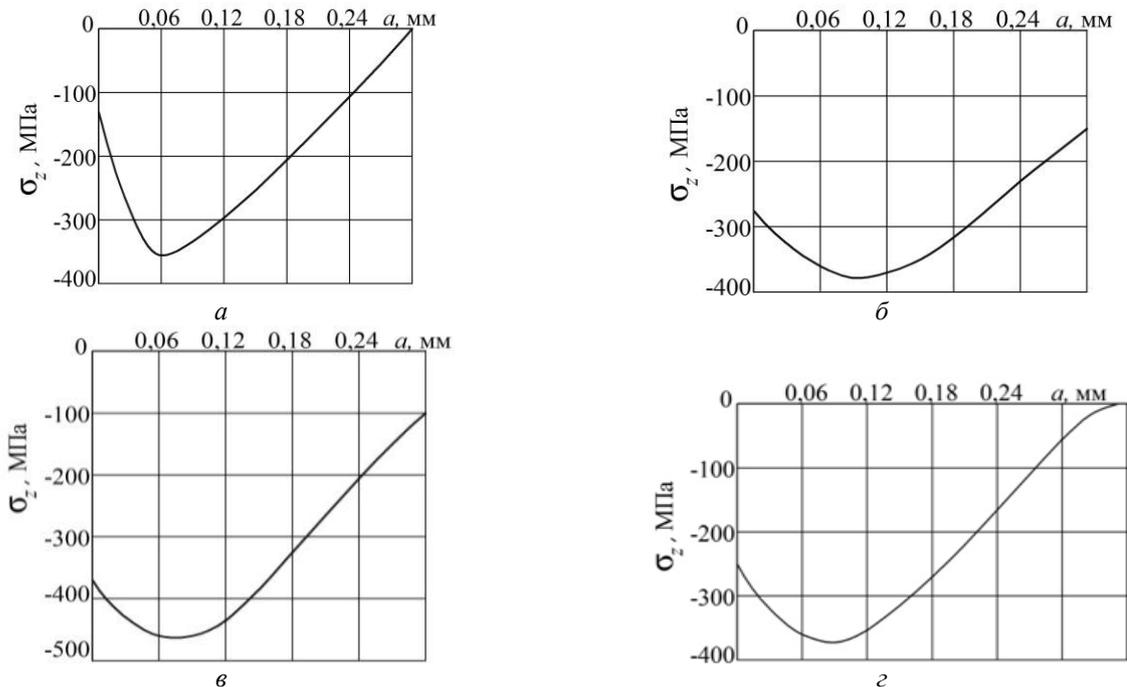


Рисунок 1. Распределение осевых  $\sigma_z$  остаточных напряжений в образце-свидетеле:

*a* – сталь 20 после ПДО, *б* – сталь 45 после ГДО, *в* – сталь 30ХГСА после ГДО, *г* – сталь 40Х после ГДО

Первоначальные деформации определялись на конечно-элементных моделях образцов-свидетелей, а затем в виде соответствующего неравномерного температурного поля переносились на конечно-элементные модели деталей с концентраторами напряжений. По результатам расчётов напряжённо-деформированного состояния деталей строились эпюры осевых  $\sigma_z$  остаточных напряжений в опасном (наименьшем) сечении детали, которые использовались для прогнозирования предела выносливости по критерию среднеинтегральных остаточных напряжений.

Как показали многочисленные эксперименты, связь между приращением предела выносливости упрочнённых деталей и остаточными напряжениями наиболее точно устанавливает критерий среднеинтегральных остаточных напряжений  $\bar{\sigma}_{ост}$  [3]. Данный критерий учитывает влияние на сопротивление усталости одновременно величины и характера распределения остаточных напряжений по толщине поверхностного слоя опасного сечения детали.

Оценка влияния поверхностного упрочнения на приращение предела

выносливости детали  $\Delta\sigma_{-1}$  с использованием критерия  $\bar{\sigma}_{ост}$  была выполнена по следующей зависимости [5]:

$$\Delta\sigma_{-1} = \bar{\psi}_{\sigma} |\bar{\sigma}_{ост}|, \quad (1)$$

где  $\bar{\psi}_{\sigma}$  – феноменологический коэффициент влияния поверхностного упрочнения на предел выносливости по критерию  $\bar{\sigma}_{ост}$ ;  $\bar{\sigma}_{ост}$  – среднеинтегральные остаточные напряжения, определяемые на критической глубине нераспространяющейся трещины усталости  $t_{кр}$ , возникающей в опасном сечении упрочнённой детали при работе на пределе выносливости.

Коэффициент  $\bar{\psi}_{\sigma}$  зависит от степени концентрации напряжений и определяется для симметричного цикла при изгибе по следующей формуле [5]:

$$\bar{\psi}_{\sigma} = 0,612 - 0,081 \alpha_{\sigma}, \quad (2)$$

где  $\alpha_{\sigma}$  – теоретический коэффициент концентрации напряжений.

Теоретический коэффициент концентрации напряжений  $\alpha_{\sigma}$  при изгибе определяется на конечно-элементных моделях деталей с надрезами с

использованием расчётного комплекса ANSYS, и для достоверности результаты сравнивались с приведёнными в работе [13]. Критическая глубина нераспространяющейся трещины усталости определяется только размерами опасного поперечного сечения. Для цилиндрических деталей зависимость для определения  $t_{кр}$  имеет вид [4]:

– для сплошного цилиндра:

$$t_{кр} = 0,0216D; \quad (3)$$

– для полого цилиндра:

$$t_{кр} = 0,0216D_1 \left[ 1 - 0,04(d/D_1)^2 - 0,54(d/D_1)^3 \right],$$

где  $D_1$  – диаметр опасного сечения детали,  $d$  – диаметр отверстия детали.

Испытания деталей с надрезами (упрочнённых и неупрочнённых) на многоцикловую усталость проводились при изгибе в случае симметричного цикла на базе  $N_6 = 3 \times 10^6$  циклов, что соответствует сравнительным испытаниям по ГОСТ 25.502-79. Испытывались партии из 10-15 деталей каждого типоразмера, а результаты испытаний в виде пределов выносливости подвергались статистической обработке. Результаты расчётов и испытаний на усталость приведены в таблице 1.

Таблица 1. Результаты расчётного и экспериментального определения приращений пределов выносливости упрочнённых деталей с надрезами из конструкционных сталей

	$D$ , мм	$d$ , мм	$D_1$ , мм	$t_{кр}$ , мм	$\bar{\sigma}_{ост}$ , МПа	$\alpha_{\sigma}$	$\bar{\psi}_{\sigma}$	$(\Delta\sigma_{-1})_{расч}$ , МПа	$(\Delta\sigma_{-1})_{эксп}$ , МПа	Расхождение, %
Сталь 20 (ПДО)	10	0	9,4	0,203	-122	2,7	0,393	48,0	45,0	6
	25	0	24,4	0,527	-89	2,9	0,377	33,6	30,0	11
	25	15	24,4	0,453	-91	3,0	0,369	33,5	32,5	3
Сталь 45 (ГДО)	15	5	14,4	0,303	-159	2,8	0,385	61,2	57,5	6
	25	15	24,4	0,453	-131	3,0	0,369	48,3	45,0	7
	50	40	49,4	0,733	-87	3,1	0,361	31,4	30,0	4
40X (ГДО)	25	0	24,4	0,527	-109	2,9	0,377	41,1	42,5	3
	25	10	24,4	0,504	-110	2,9	0,377	41,4	42,5	3
	25	19	24,4	0,380	-117	3,0	0,369	43,2	40,0	8
30ХГСА (ГДО)	10	0	9,4	0,203	-240	2,7	0,393	94,0	90,0	5
	15	0	14,4	0,311	-196	2,8	0,385	75,5	77,5	3
	15	5	14,4	0,303	-211	2,8	0,385	81,3	77,5	5
	15	10	14,4	0,249	-218	2,9	0,377	82,1	80,0	3

## 5 Заключение

Результаты расчётов и испытаний, приведённые в таблице 1, показывают, что принятые допущения при моделировании остаточного напряжённо-деформированного состояния деталей и образцов-свидетелей, а также использование статистической обработки для результатов измерения остаточных напряжений и испытаний на усталость являются вполне обоснованными. При этом расхождение по прогнозированию приращения предела выносливости за счёт упрочнения цилиндрических деталей с полукруглыми надрезами, изготовленных из различных конструкционных сталей, не превышает 11% при пневмодробеструйной обработке и 8% при гидродробеструйной обработке. Полученный уровень расхождения является вполне допустимым для многоциклового усталости, и на основании этого можно утверждать, что принятые допущения при использовании образцов-свидетелей считаются достаточно обоснованными. Из представленных результатов также следует, что для всех деталей приращение предела выносливости пропорционально среднеинтегральным остаточным напряжениям, определённым на критической глубине нераспространяющейся трещины усталости. Таким образом, используемый в исследовании метод образцов-свидетелей является весьма эффективным инструментом при выборе способа поверхностного упрочнения деталей и его технологических параметров.

### Список использованных источников

- [1] Кирпичёв, В. А. Использование образцов-свидетелей для прогнозирования предела выносливости поверхностно упрочнённых деталей с концентраторами напряжений / В. А. Кирпичёв, В. П. Сазанов, В. К. Шадрин // Вибрации в технике и технологиях. – 2015. – №1(77). – С. 22-27.
- [2] Павлов, В.Ф. Расчётно-экспериментальный метод прогнозирования предела выносливости поверхностно упрочнённых деталей / В. Ф. Павлов, В. А. Кирпичёв, В. С. Вакулюк // Новости материа-

ловедения. Наука и техника. – 2015. – №5. – С. 32-42.

[3] Павлов, В. Ф. О связи остаточных напряжений и предела выносливости при изгибе в условиях концентрации напряжений / В. Ф. Павлов // Известия вузов. – Машиностроение, 1986. – №8. – С. 29-32.

[4] Павлов, В. Ф. Влияние на предел выносливости величины и распределения остаточных напряжений в поверхностном слое детали с концентратором. Сообщение I. Сплошные детали / В. Ф. Павлов // Известия вузов. – Машиностроение, 1988. – №8. – С. 22-26.

[5] Павлов, В. Ф. Прогнозирование сопротивления усталости поверхностно упрочнённых деталей по остаточным напряжениям / В. Ф. Павлов, В. А. Кирпичёв, В. С. Вакулюк. – Самара: Издательство СНЦ РАН, 2012. – 125 с.

[6] Иванов, С. И. К определению остаточных напряжений в цилиндре методом колец и полосок. Остаточные напряжения / С. И. Иванов // Вопросы прочности элементов авиационных конструкций : труды КуАИ. Куйбышев: КуАИ, 1971. – Вып. 53. – С. 32-42.

[7] Иванов, С. И. К определению остаточных напряжений в цилиндре методом снятия части поверхности. / С. И. Иванов, И. В. Григорьева // Вопросы прочности авиационных конструкций – Куйбышев: КуАИ, 1971. – Вып. 48. – С. 179-183.

[8] Тимошенко, С.П. Теория упругости / С. П. Тимошенко, Дж. Гудьер. – М.: Наука, 1979. – 341 с.

[9] Сазанов, В. П. Определение первоначальных деформаций в упрочнённом слое цилиндрической детали методом конечно-элементного моделирования с использованием расчётного комплекса PATRAN/NASTRAN / В. П. Сазанов, В. А. Кирпичёв, В. С. Вакулюк, В. Ф. Павлов // Вестник УГАТУ. – 2015. – Т. 19. – №2 (68). – С. 35-40.

[10] Сазанов, В. П. Моделирование остаточного напряжённого состояния детали в условиях концентрации напряжений с использованием программного комплекса PATRAN/ NASTRAN / В. П. Сазанов, А. В. Чирков, О. Ю. Семёнова, А. В. Иванова // Вестник СамГТУ. Сер.: Технич. науки. – 2012. – №1 (33). – С. 106-114.

[11] Сазанов, В. П. Математическое моделирование первоначальных деформаций в поверхностно упрочнённых деталях при выборе образца-свидетеля / В. П. Сазанов, О. Ю. Семёнова, В. А. Кирпичёв, В. С. Вакулюк // Вестник УГАТУ. – 2016. – Т. 20. – №3 (73). – С. 31-37.

[12] Радченко, В. П. Определение параметра анизотропии упрочнения и остаточных напряжений в цилиндрическом образце из стали после обкатки роликом / В. П. Радченко, В. Ф. Павлов, М. Н. Саушкин // Проблемы машиностроения и надёжности машин. – 2011. – №4. – С. 93-100.

[13] Петерсон, Р.Е. Коэффициенты концентрации напряжений / Р.Е. Петерсон. – М.: Мир, 1977. – 304 с.

## ON THE ERRORS IN MEASUREMENT OF RESIDUAL STRESSES AND PREDICTION OF THE ENDURANCE LIMIT OF HARDENED PARTS

**Sazanov V.P.**  
**Pavlov V.F.**  
**Matveeva K.F.**  
**Konyhova A.S.**

Samara National Research University  
 (Samara University)

34, Moskovskoye shosse,  
 Samara, 443086,  
 Russian Federation

[sopromat@ssau.ru](mailto:sopromat@ssau.ru)

The study is devoted to the analysis of discrepancy between the results of prediction and of multi fatigue tests of cylindrical parts with stress concentrator in the form of a semicircular notch, made of construction steels 20, 45, 30XTCА and 40X. The surface of the parts was hardened by hydro and pneumatic shot blasting methods. When predicting by the reference specimen method, bushes with a length of 80 mm, with an outer diameter of 51.5 mm and an inner diameter of 45 mm were used to determine residual stresses in the hardened layer. Modeling of the residual strain-stress state in bushes and notched parts was carried out using the Finite Element method in the environment of PATRAN/NASTRAN and ANSYS calculation systems using the thermo elastic method. When predicting the increment in the endurance limit due to hardening for parts with notches, the criterion of average integral residual stresses was adopted, determined at the critical depth of a non-propagating fatigue crack. The discrepancy between the calculated prediction and bending test results in the case of a symmetrical cycle was no more than 11% for pneumatic shot blasting and no more than 8% for hydro shot blasting. The positive results of the study showed that the accepted assumptions in the reference specimen method are completely justified.

**Keywords:** surface hardening; shot blasting; residual stresses; initial deformations; finite element modeling; average integral residual stresses; endurance limit

## References

- [1] Kirpichev, V.A., Sazanov, V.P. and Shadrin, V.K. (2015), "An employment of reference specimens for an endurance limit of surface hardened parts with stress concentrators", *Vibrations in techniques and technologies*, №1(77), pp. 22-27. (in Russian)
- [2] Pavlov, V.F., Kirpichev, V.A., Vakulyuk, V.S. and Sazanov, V.P. (2015), "Calculation- experimental method of surface hardened parts endurance limit", *Materials science. Science and techniques*, №5, pp. 32-42. (in Russian).
- [3] Pavlov, V.F. (1986), "On connection between residual stresses and endurance limit under bending in stresses concentration conditions", *Universities News. Mechanical Engineering*, no. 8. pp. 29-32. (in Russian)
- [4] Pavlov, V.F. (1988), "The influence of residual stresses in a part with a concentrator surface layer value and distribution on the endurance limit. Report 1. Solid parts", *Universities News. Mechanical Engineering*, no. 8, pp. 22-26. (in Russian)
- [5] Pavlov, V.F., Kirpichev, V.A. and Vakulyuk, V.S. (2012), *Prognozirovanie soprotivleniya ustalosti poverkhnostno uprochnennykh detaley po ostatochnym napryazheniyam* [The prediction of surface hardened parts fatigue resistance by residual stresses], Samara scientific center, Publishing House of the Russian Academy of Sciences, Samara. (in Russian)
- [6] Ivanov, S.I. (1971), "On determination of residual stresses in cylinder by rings-and-stripes method. Residual stresses", *Issues of strength of aircraft structural elements: transactions of KuAI*, Kuibyshev Aviation Institute, issue 53, pp. 32-42. (in Russian)
- [7] Ivanov, S.I. and Grigoryeva, I.V. (1971), "On determination of residual stresses in a cylinder by removing a part of surface", *Problems of aircraft constructions elements strength*, Kuibyshev Aviation Institute, issue 48, pp.179-183. (in Russian)
- [8] Timoshenko, S.P. and Goodier, G. (1979), *Teoriya uprugosti* [Elastic theory], Nauka [Science], Moscow. (in Russian).
- [9] Sazanov, V.P., Kirpichev, V. A., Vakulyuk, V.S. and Pavlov, V.F. (2015), "The determination of initial deformations in the surface layer of a cylindrical part by the finite elements modeling method with use of the calculation

program complex PATRAN/NASTRAN”, *Ufa State Aviation Technical University bulletin*, vol. 19, no. 2 (68), pp. 35-40. (in Russian)

[10] Sazanov, V.P., Chirkov, A.V., Semenova, O.Yu. and Ivanova, A.V. (2012), “The residual strain state of parts modeling under stress concentration conditions using the calculation program complex PATRAN/ NASTRAN”, *Samara State Technical University bulletin. Part: technical sciences*, no. 1 (33), pp. 106-114. (in Russian)

[11] Sazanov, V.P., Semenova, O.Yu., Kirpichev, V.A. and Vakulyuk, V.S. (2016), “Mathematical modeling of initial deformations in surface hardened parts under a choice of a reference specimen”, *Ufa State Aviation Technical University bulletin*, Vol. 20, №3 (73), pp. 31-37. (in Russian)

[12] Radchenko, V.P., Pavlov, V.F. and Saushkin, M.N. (2011), “The determination of hardening anisotropy parameter and residual stresses in a cylindrical steel specimen after rolling”, *Mechanical Engineering and machines' reliabilities*, №4, pp. 93-100. (in Russian)

[13] Peterson, R.E. (1977), *Koeffitsienty kontsentratsii napryazheniy* [Stresses concentration coefficients], Publishing House «MIR», Moscow. (in Russian)