



Исследование точности волновых оболочечных конечно-элементных моделей

В. И. Щемелев | научный сотрудник;
Самарский национальный исследовательский университет имени академика С. П. Королёва, г. Самара;
shchemelev.vi@ssau.ru

П. Матвеев | инженер-конструктор;
Самарский национальный исследовательский университет имени академика С. П. Королёва, г. Самара;
matveev.p@ssau.ru

Проведено исследование точности волновых оболочечных конечно-элементных моделей. Полученные результаты сравнивались с результатами аналитического расчёта. По результатам исследований для всех рассмотренных форм колебаний типовых конструкций расхождение значений собственных частот не превышает 5 %.

Ключевые слова: метод конечных элементов; оболочечный волновой конечный элемент; модальный анализ

Цитирование: Щемелев, В. И. Исследование точности волновых оболочечных конечно-элементных моделей / В. И. Щемелев, П. Матвеев // Динамика и виброакустика. – 2024. – Т. 10, №1. – С. 40–49. DOI: 10.18287/2409-4579-2024-10-1-40-49

Введение

Одной из основных проблем, стоящих в области решения задач динамики и прочности деталей и узлов турбомашин, является поиск оптимальной конструкции с целью уменьшения массы при обеспечении надёжности изделия. Многократное проведение расчётов для определения характеристик занимает большое количество времени. Современные программные комплексы позволяют проводить оптимизацию отдельных деталей или небольших узлов, однако расчёты таких конструкций как ротор или несколько ступеней рабочих колёс требуют привлечения мощностей кластеров. Эту проблему возможно решить за счёт использования высокоэффективных волновых конечно-элементных моделей.

Реальные конструкции турбомашин в большинстве своём состоят из деталей, которые можно с высокой точностью описать моделью конической оболочки переменной толщины [1–3]. Ранее был создан волновой оболочечный конечный элемент [4], позволяющий проводить расчёты дисков, валов и других деталей ГТД, которые возможно описать моделью переменной осесимметричной оболочки. Данный конечный элемент был построен в рамках гипотез модели Тимошенко, в соответствии с которой принимаем, что любой линейный элемент, нормальный к срединной поверхности пластины, после её деформации остаётся прямолинейным и повернутым относительно соответствующих координатных осей на интегральный угол сдвига, а его длина при этом не изменяется. При этом расчёт всех упомянутых

выше типов деталей возможно проводить в составе единой модели. Это позволяет увеличить эффективность расчёта в сравнении с обычными методами расчёта подобных конструкций. На основе этого конечного элемента была написана программа, позволяющая проводить поиск собственных частот и форм колебаний.

1 Исследование типовых конструкций деталей ГТД

Для исследования точности оболочечных волновых конечно-элементных моделей с помощью программы рассчитывались собственные частоты и формы колебаний типовых конструкций. Среди типовых конструкций выделим полый цилиндр и диск с отверстием. Результаты расчётов оболочечных волновых конечно-элементных моделей сравнивались с частотами, полученными с помощью аналитического расчёта.

Полученное расхождение определялось по формуле (1):

$$\frac{\Delta p}{p} = \frac{p_{об} - p_{ан}}{p_{ан}} \cdot 100, \tag{1}$$

где $p_{об}$ – собственная частота модели, полученная с помощью программы с использованием оболочечных волновых конечных элементов; $p_{ан}$ – частота, полученная при помощи аналитического расчёта; Δp – расхождение между значениями $p_{об}$ и $p_{ан}$; p – значение собственной частоты конструкции.

Для того чтобы охватить большой спектр конструкций, не привязываясь к абсолютным геометрическим параметрам, будем давать оценку точности по относительным геометрическим параметрам. В качестве относительных геометрических параметров будем рассматривать отношение длины к радиусу l/r и отношение толщины к радиусу h/r . Значения исследованных относительных параметров представлены в таблице 1. При этом для построения абсолютной геометрии конструкции необходимо задаться радиусом. Были проведены исследования при значениях радиуса $r=0,01$ м, $r=0,1$ м, $r=0,5$ м, $r=1$ м. Однако по результатам исследования расхождения, подсчитанные по формуле (1), имеют одинаковые значения при разных значениях радиуса. Поэтому в дальнейшем все результаты исследования приведены при $r=0,1$ м. Геометрические параметры конструкций представлены на рисунке 1.

Таблица 1 – Относительные параметры

l/r	0,5	1	2	5	10	20	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
h/r	0,005	0,02	0,04	0,06	0,08	0,1	0,15	0,2	0,25	0,3	0,35	0,4	0,45	0,5	0,55	0,6

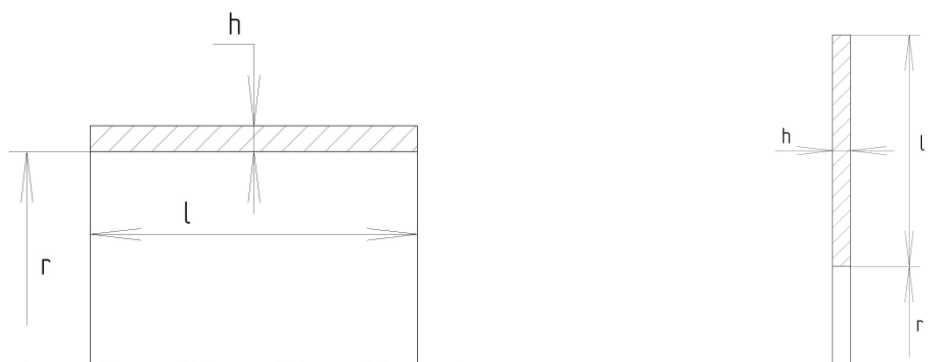


Рисунок 1- Геометрические параметры конструкций: слева – полый цилиндр; справа – диск с отверстием

При построении конечно-элементных моделей с помощью программы на основе оболочечного волнового конечного элемента типовая конструкция разбивалась на 100 элементов вдоль образующей. Качество конечно-элементных сеток оценивалось по результатам предварительных исследований с различными уровнями дискретизации. Увеличение густоты сетки выполнялось до тех пор, пока погрешность вычисления собственных частот по представляющим интерес формам от итерации к итерации не превышала 0,5 %.

При расчётах используется модель линейно упругого изотропного материала с модулем упругости, равным $2 \cdot 10^{11}$ Па; плотностью материала, равной 7800 кг/м^3 ; коэффициентом Пуассона, равным 0,3.

2 Расчёт типовой конструкции типа «диск с отверстием»

При расчётах граничные условия соответствуют закреплённому по внешнему радиусу диску (рисунок 2).

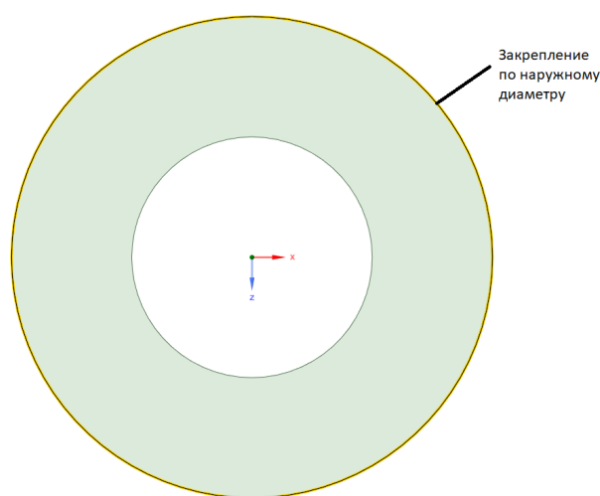


Рисунок 2 – Граничные условия диска с отверстием

Аналитический расчёт диска с отверстием проводился по формуле [5, 6]:

$$\omega = k \sqrt{\frac{D}{\rho h r^4}}, \quad (2)$$

где ω – круговая частота, рад/с; h – толщина диска; r – внутренний радиус диска; ρ – плотность материала; $D = \frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}$ – цилиндрическая жесткость, где E – модуль упругости, Па; ν – коэффициент Пуассона; k – коэффициент, значение которого зависит от количества узловых диаметров и узловых окружностей в форме колебаний диска [5].

Рассмотрим исследование по оценке точности результатов расчёта диска с отверстием с использованием волновых оболочечных конечно-элементных моделей. Для формы колебаний без узловых диаметров (зонтичная форма), на рисунке 3 представлены расхождения значений собственных частот диска, рассчитанных по формуле (1), при относительных параметрах, приведённых в таблице 1. Результаты для формы колебаний с одним узловым диаметром представлены на рисунке 4. Результаты для формы колебаний с двумя узловыми диаметрами представлены на рисунке 5.

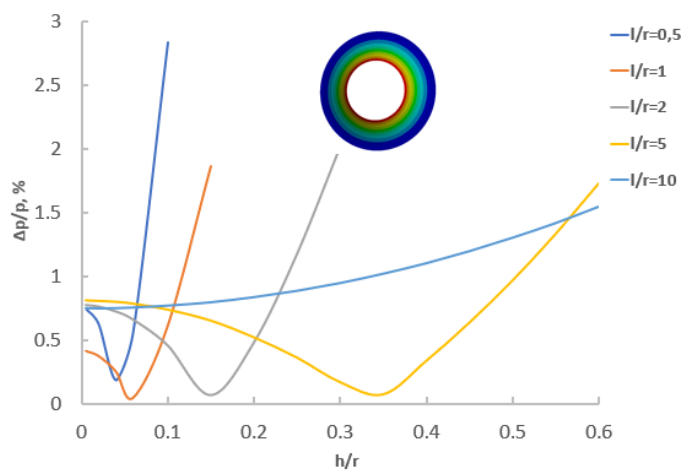


Рисунок 3 – Расхождение значений собственных частот диска для зонтичной формы колебаний

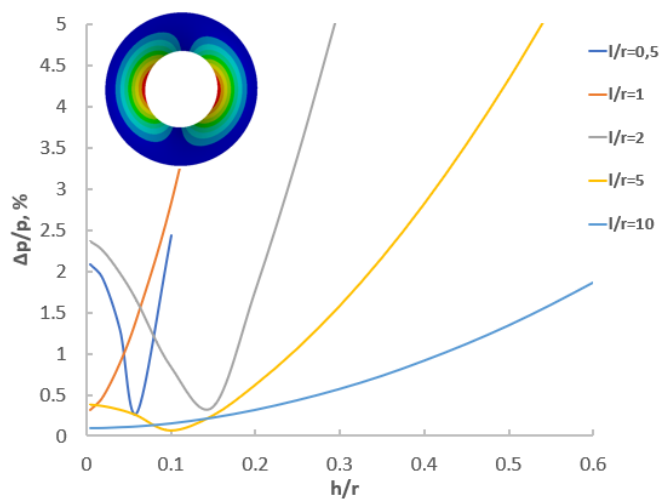


Рисунок 4 – Расхождение значений собственных частот диска для формы колебаний с одним узловым диаметром

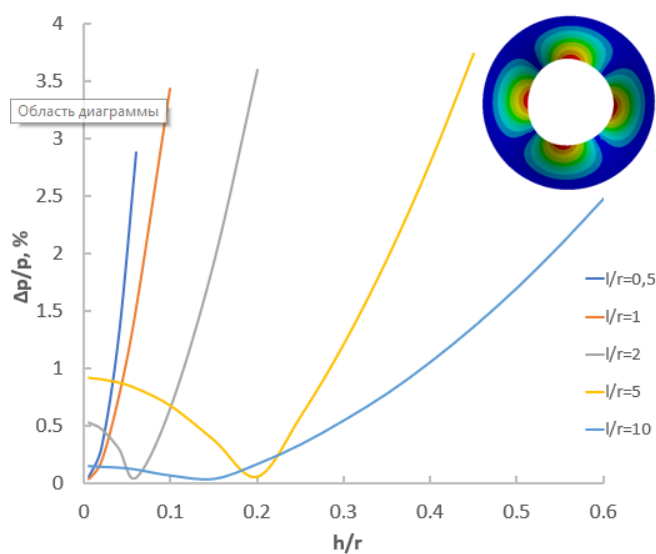


Рисунок 5 – Расхождение значений собственных частот диска для формы колебаний с двумя узловыми диаметрами

Такие же исследования были проведены для шести более высоких форм колебаний. По результатам оценки расхождение значений собственных частот диска во всём рассматриваемом диапазоне не превышает 5 %.

3 Расчёт типовой конструкции типа «свободный цилиндр»

При расчётах граничные условия цилиндра соответствуют свободному телу. Аналитический расчёт незакреплённого цилиндра проводился по формуле [6]:

$$\omega = \sqrt{\frac{\Delta E}{\rho r^2 (1 - \nu^2)}}, \quad (3)$$

где ω – круговая частота, рад/с; E – модуль упругости, Па; ρ – плотность материала, кг/м³; r – радиус цилиндра, м; Δ – решение кубического уравнения:

$$\Delta^3 - K_2 \Delta^2 + K_1 - K_0 = 0, \quad (4)$$

где K_0, K_1, K_2 вычисляются отдельно и зависят от геометрических параметров тела и граничных условий [5, 6].

Рассмотрим исследование по оценке точности результатов расчёта цилиндра с использованием волновых оболочечных конечно-элементных моделей. На рисунке 6 представлены расхождения значений собственных частот цилиндра, рассчитанных по формуле (1), при относительных параметрах, приведённых в таблице 1, для формы колебаний с двумя узловыми диаметрами и двумя узловыми окружностями. Результаты для формы колебаний с тремя узловыми диаметрами и с двумя узловыми окружностями представлены на рисунке 7. Результаты для формы колебаний с тремя узловыми диаметрами и тремя узловыми окружностями представлены на рисунке 8.

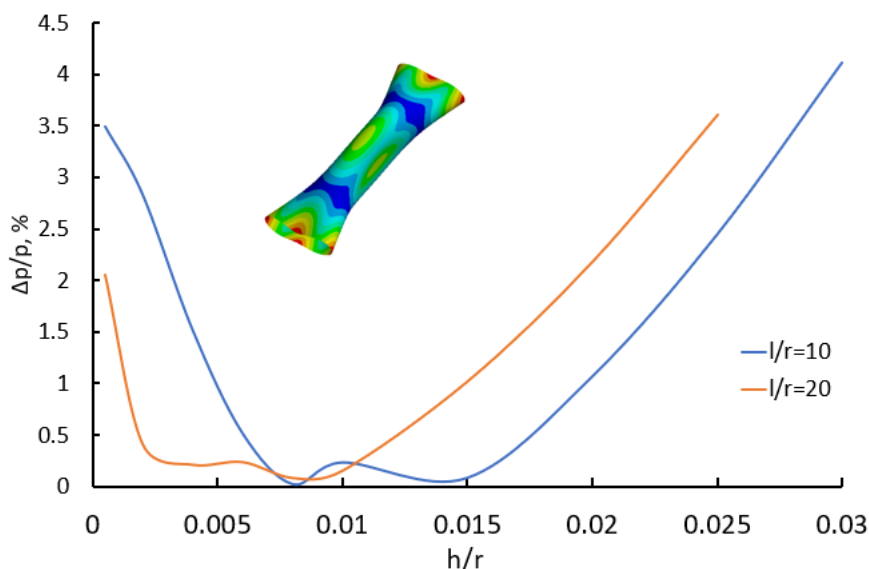


Рисунок 6 – Расхождение значений собственных частот незакреплённого цилиндра для формы колебаний с двумя узловыми диаметрами и двумя узловыми окружностями

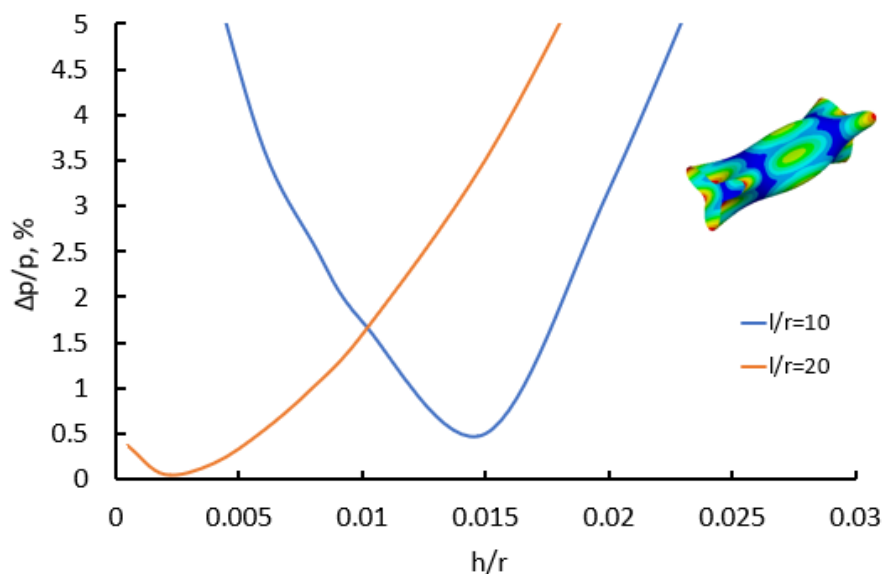


Рисунок 7 – Расхождение значений собственных частот незакрепленного цилиндра для формы колебаний с тремя узловыми диаметрами и двумя узловыми окружностями

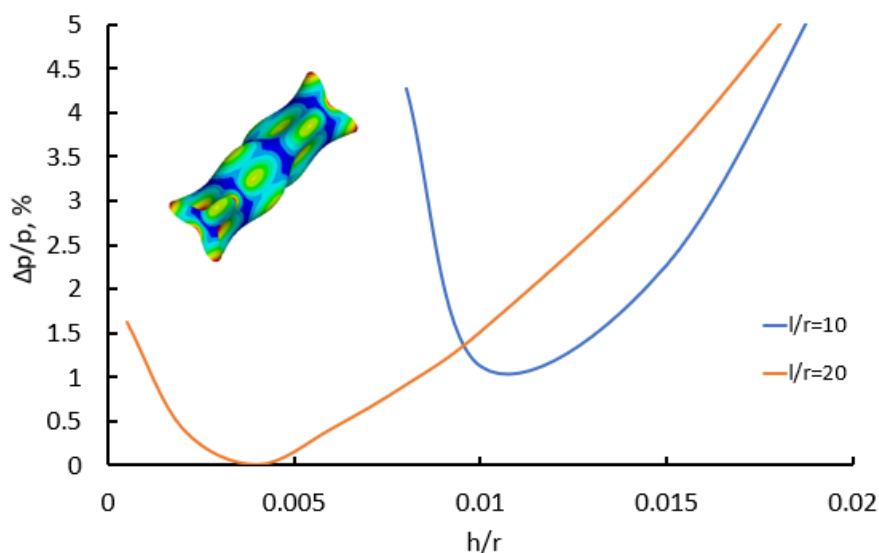


Рисунок 8 – Расхождение значений собственных частот незакрепленного цилиндра для формы колебаний с тремя узловыми диаметрами и тремя узловыми окружностями

Такие же исследования были проведены для шести более высоких форм колебаний. По результатам оценки расхождение значений собственных частот незакрепленного цилиндра во всём рассматриваемом диапазоне не превышает 5%.

4 Расчёт типовой конструкции типа «закрепленный по двум торцам цилиндр»

При расчётах граничные условия цилиндра соответствуют закреплённому по двум торцам цилиндру (рисунок 9).

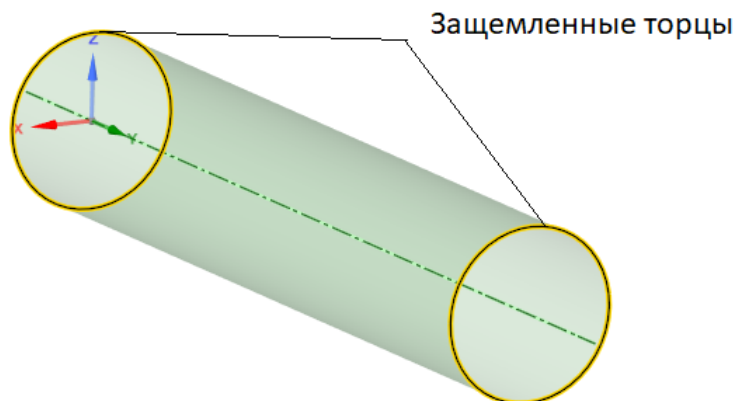


Рисунок 9 –Граничные условия защемлённого цилиндра

Аналитический расчёт закреплённого цилиндра проводился по формулам (3) и (4).

Рассмотрим исследование по оценке точности результатов расчёта закреплённого цилиндра с использованием волновых оболочечных конечно-элементных моделей. На рисунке 10 представлены расхождения значений собственных частот цилиндра, рассчитанных по формуле (1), при относительных параметрах, приведённых в таблице 1, для формы колебаний с двумя узловыми диаметрами и двумя узловыми окружностями. Результаты для формы колебаний с тремя узловыми диаметрами и с двумя узловыми окружностями представлены на рисунке 11. Результаты для формы колебаний с тремя узловыми диаметрами и с тремя узловыми окружностями представлены на рисунке 12.

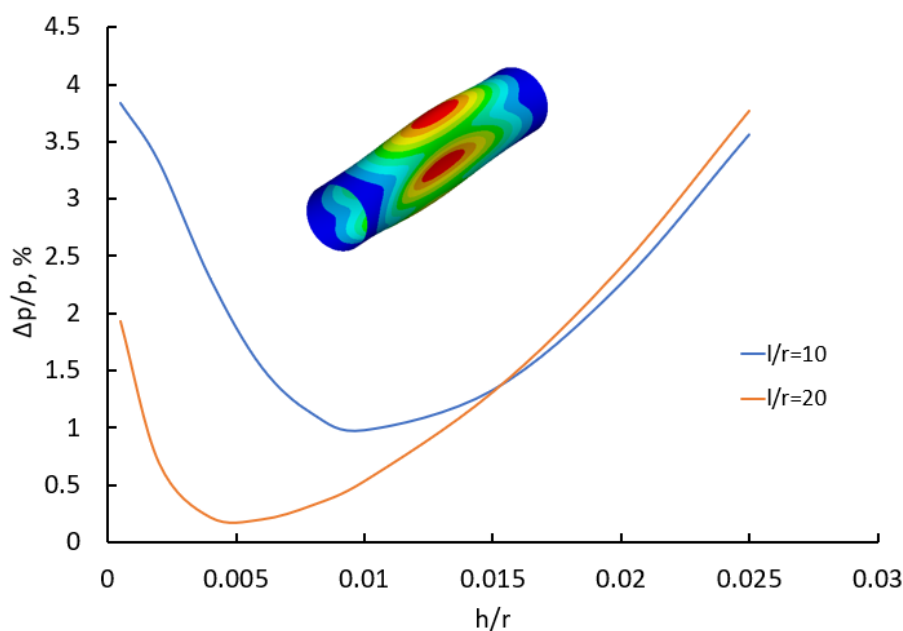


Рисунок 10 – Расхождение значений собственных частот незакреплённого цилиндра для формы колебаний с двумя узловыми диаметрами и двумя узловыми окружностями

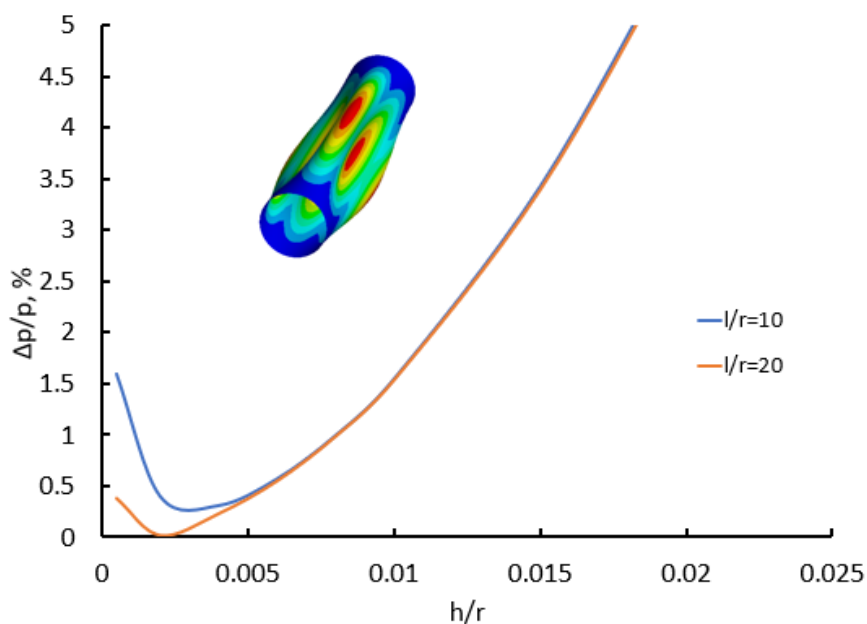


Рисунок 11 – Расхождение значений собственных частот незакрепленного цилиндра для формы колебаний с тремя узловыми диаметрами и двумя узловыми окружностями

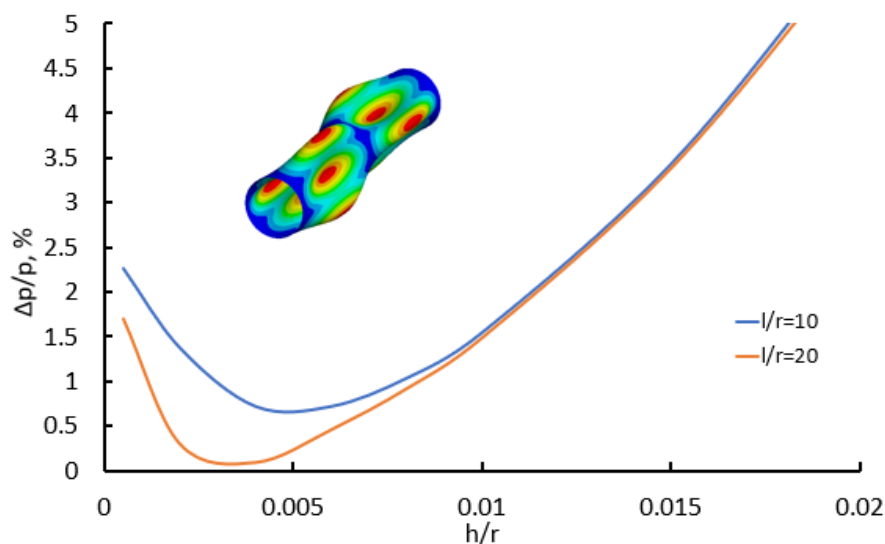


Рисунок 12 – Расхождение значений собственных частот незакрепленного цилиндра для формы колебаний с тремя узловыми диаметрами и тремя узловыми окружностями

Такие же исследования были проведены для шести более высоких форм колебаний. По результатам оценки расхождение значений собственных частот закрепленного цилиндра во всём рассматриваемом диапазоне не превышает 5%.

Заключение

По результатам исследований для всех рассмотренных типовых конструкций в диапазоне относительных параметров, представленных в таблице 1, расхождение значений собственных частот не превышает 5 %, что свидетельствует о достаточно высокой точности расчётов, проводимых с помощью разработанной программы на основе оболочечного волнового конечного элемента.

Таким образом, разработанный волновой оболочечный конечный элемент обладает высокой точностью и вычислительной эффективностью, что позволит уменьшить затрачиваемое время на расчёт и оптимизировать большинство осесимметричных конструкций, используемых в современных газотурбинных двигателях.

Список использованных источников

1. Воробьёв, Ю. С. Колебания лопаточного аппарата турбомашин [Текст] / Ю. С. Воробьёв. – Киев : Наукова думка, 1988. – 224 с.
2. Ермаков, А. И. Методы и модели расчёта динамических характеристик рабочих колёс ГТД [Текст]: диссертация ... доктора. технических наук: 05.07.05 / Ермаков Александр Иванович ; Самарский государственный аэрокосмический университет им. С. П. Королева (СГАУ). – Самара, 1996. – 385 с.
3. Богомолов, С. И. Взаимосвязанные колебания в турбомашинах и газотурбинных двигателях. [Текст] / С. И. Богомолов, А. М. Журавлева. – Харьков : Вища школа, 1973. – 179 с.
4. Shchemelev, V. Development of the wave shell finite element for calculating dynamic characteristics of gas turbine engine parts / V. Shchemelev, A. Ermakov // 2020 International Conference on Dynamics and Vibroacoustics of Machines, DVM 2020. – 2020. – vol. 1. – pp. 15-21.
5. Филиппов, А. П. Колебания деформируемых систем [Текст] / А. П. Филиппов. – Москва : Машиностроение, 1970. – 736 с.
6. Гонткевич, В. С. Собственные колебания пластинок и оболочек. [Текст] / В. С. Гонткевич. – Киев : Наукова думка, 1964. – 287 с.

Research of the accuracy and efficiency of typical structures using wave shell finite element models

V. I. Shchemelev | Researcher;
Samara National Research University, Samara;
shchemelev.vi@ssau.ru

P. Matveev | Engineer;
Samara National Research University, Samara;
matveev.p@ssau.ru

Research of the accuracy of wave shell finite element models was carried out. The results were compared with the results of analytical calculations. According to the research results, for all considered vibration modes of standard structures, the discrepancy in the values of natural frequencies does not exceed 5%.

Keywords: finite element method; wave shell finite element; modal analysis

Citation: Shchemelev, V. I. and Matveev, P. (2024), "Research of the accuracy and efficiency of typical structures using wave shell finite element models", *Journal of Dynamics and Vibroacoustics*, vol. 10, no. 1, pp. 40-49. DOI: 10.18287/2409-4579-2024-10-1-40-49. (In Russian; abstract in English).

References

1. Vorobyov, Yu. S. (1988), *Kolebaniya lopatochnogo apparata turbomashin* [Vibrations of the blade apparatus of turbomachines] [Text], Naukova Dumka, Kiev, 224 p.
2. Ermakov, A. I. (1996), "Methods and models for calculating the dynamic characteristics of gas turbine engine impellers" [Text]: D. Sc. Thesis, Samara State Aerospace University named after S. P. Korolev (SSAU), Samara, 385 p.
3. Bogomolov, S. I. and Zhuravleva, A. M. (1973), *Vzaimosvyazannye kolebaniya v turbomashinakh i gazoturbinnnykh dvigatelyakh* [Interconnected oscillations in turbomachines and gas turbine engines] [Text], Vishcha shkola, Kharkov, 179 p.
4. Shchemelev, V. and Ermakov, A. (2020), "Development of the wave shell finite element for calculating dynamic characteristics of gas turbine engine parts", 2020 International Conference on Dynamics and Vibroacoustics of Machines, DVM 2020, vol. 1, pp. 15-21
5. Filippov, A. P. (1970), *Kolebaniya deformiruemyykh sistem* [Vibrations of deformable systems] [Text], Mashinostroenie [Mechanical Engineering], 736 p.
6. Gontkevich, V. S. (1964), *Sobstvennyye kolebaniya plastinok i obolochek* [Natural vibrations of plates and shells] [Text], Naukova Dumka, Kiev, 287 p.