



О границах применимости модели конструктивно-ортотропной оболочки в задачах расчёта на устойчивость при осевом сжатии вафельных цилиндрических оболочек

- С. А. Анисимов** аспирант;
Самарский национальный исследовательский университет имени
академика С. П. Королёва (Самарский университет), г. Самара;
ser85@bk.ru
- В. Ф. Павлов** доктор технических наук, профессор; заведующий кафедрой
сопротивления материалов;
Самарский национальный исследовательский университет имени
академика С. П. Королёва (Самарский университет), г. Самара;
sopromat@ssau.ru
- В. П. Сазанов** кандидат технических наук, доцент кафедры сопротивления
материалов;
Самарский национальный исследовательский университет имени
академика С. П. Королёва (Самарский университет), г. Самара;
sopromat@ssau.ru

Рассматриваемое в статье решение задачи устойчивости при осевом сжатии вафельной цилиндрической оболочки осуществляется в рамках эйлерова (бифуркационного) подхода с использованием модели, основанной на методе численного интегрирования, и модели, основанной на методе конечных элементов. В первой из отмеченных моделей вафельная оболочка с принятием гипотезы «размазывания» рассматривается по схеме конструктивно-ортотропной оболочки, подчиняющейся гипотезам Кирхгофа – Лява. Вторая модель строится с применением десятиузлового тетраэдрального элемента. Исследование опирается на имеющиеся экспериментальные данные по устойчивости одного из испытанных на осевое сжатие образцов вафельной цилиндрической оболочки. Результаты расчётных исследований показывают, что при увеличении размеров поперечного сечения рёбер вафельной оболочки происходит увеличение расхождения результатов расчётов на основе отмеченных двух вычислительных моделей. При оптимальном (в смысле массы оболочки) значении 0,035 параметра k (характеризующего отношение толщины ребра к шагу рёбер) подобное расхождение оценивается величиной порядка 5%. При этом расчёт на основе модели конструктивно-ортотропной оболочки приводит к заниженному по сравнению с конечно-элементной моделью значению критической нагрузки, давая тем самым оценку устойчивости вафельной оболочки с запасом. При значениях параметра k в пределах от 0,02 до 0,05 расхождение результатов расчётов критических нагрузок с использованием обозначенных двух вычислительных моделей не превышает 11%.

Ключевые слова: устойчивость при осевом сжатии; вафельная цилиндрическая оболочка; метод численного интегрирования

Цитирование: Анисимов, С. А. О границах применимости модели конструктивно-ортотропной оболочки в задачах расчёта на устойчивость при осевом сжатии вафельных цилиндрических оболочек / С. А. Анисимов, В. Ф. Павлов, В. П. Сазанов // Динамика и виброакустика. – 2024. – Т. 10, №2. – С. 49-58. DOI: 10.18287/2409-4579-2024-10-2-49-58

Введение

Выполненные из алюминиевых сплавов вафельные (подкреплённые со стороны внутренней поверхности ортогональной сеткой рёбер) цилиндрические оболочки являются широко распространёнными конструктивными элементами изделий ракетно-космической техники, которые в условиях эксплуатации находятся под действием большой величины осевых сжимающих нагрузок. Существуют различные методы расчёта на устойчивость данных типов оболочек. Наиболее распространённым при этом является метод конечных элементов, позволяющий детально анализировать напряженно-деформированное состояние конструкции, учитывать влияние технологических отклонений на величину критической нагрузки. Однако, использование подробных конечно-элементных моделей при проведении необходимых параметрических исследований может оказаться неэффективным вследствие больших затрат машинного времени на расчёт отдельного варианта [1]. В публикациях [1, 2, 3, 4] расчёт на устойчивость данного типа оболочек осуществляется с применением моделей, основанных на гипотезе «размазывания». При таком подходе подкреплённая сеткой рёбер оболочка приближённо рассматривается по схеме осесимметричной конструктивно-ортотропной оболочки, жесткостные характеристики которой определяются путём сложения жесткостей исходной (гладкой) оболочки с оценёнными (тем или иным способом) жесткостными добавками со стороны подкрепляющей системы рёбер. В данной статье формулировку задачи устойчивости при осевом сжатии принимаемой к рассмотрению вафельной цилиндрической оболочки будем осуществлять в традиционной эйлеровой (бифуркационной) постановке с учётом линейности докритического напряженно-деформированного состояния. Решение такой задачи будем проводить с использованием вычислительной модели, построенной с принятием схемы конструктивно-ортотропной оболочки и метода численного интегрирования, а также конечно-элементной модели, построенной в среде программного комплекса MSC.Patran/Nastran с применением десятиузлового тетраэдрального элемента. Цель проводимых с использованием отмеченных двух вычислительных моделей исследований состоит в том, чтобы путём сопоставления получаемых на их основе расчётных результатов дать оценку границ применимости модели, основанной на схеме конструктивно-ортотропной оболочки, при решении задач расчёта на устойчивость вафельных цилиндрических оболочек.

1 Вычислительная модель, основанная на методе численного интегрирования

Как и в работе [2], будем рассматривать тонкую изотропную цилиндрическую оболочку, подкреплённую по внутренней поверхности в осевом (для a_1 , b_1 , l_1) и окружном направлении (для a_2 , b_2 , l_2) регулярной ортогональной сеткой рёбер, имеющих прямоугольное поперечное сечение (рисунок 1).

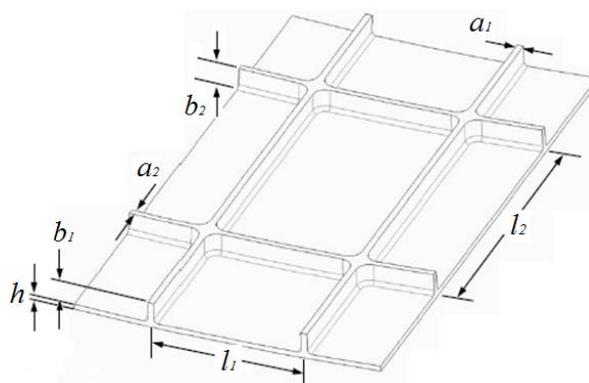


Рисунок 1 – Элемент вафельной оболочки

Считая, что подкрепляющие рёбра расположены достаточно часто, с применением гипотезы «размазывания» приводим ребристую цилиндрическую конструкцию к схеме конструктивно-ортотропной оболочки, работающей в соответствии с гипотезами Кирхгофа – Лява. В качестве поверхности приведения принимаем срединную поверхность полотна оболочки (рисунок 2). Выбранную поверхность приведения описываем криволинейными ортогональными координатами α_i ($i = 1, 2, 3$). Принимаем $\alpha_1 = x$, где x – координата, задающая положение точки вдоль оси вращения x и отсчитываемая от левого торца оболочки. В качестве α_2 принимаем угловую координату в окружном направлении. Принимаем также $\alpha_3 = z$, где z – координата, отсчитываемая в радиальном направлении от поверхности приведения оболочки.

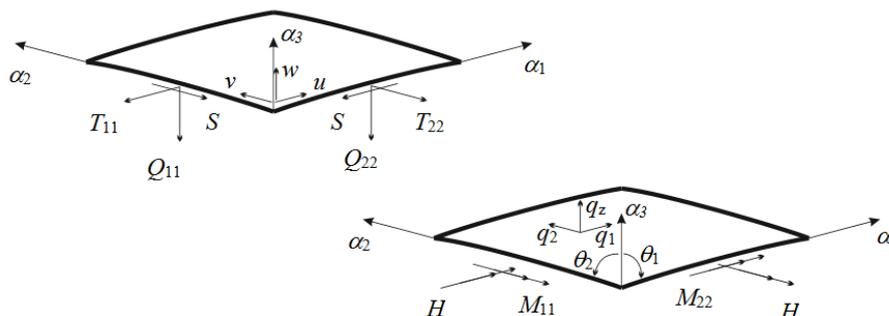


Рисунок 2 – Элемент оболочки в выбранной системе координат

Напряжённо-деформированное состояние данной оболочки полностью определяется двенадцатью соотношениями [5], среди которых:

1) Геометрические соотношения:

$$\begin{aligned} \theta_1 &= -w', \theta_2 = -w' + v/R, \\ E_{11} &= u' + 0,5\theta_1^2, E_{22} = v' + w/R, \\ E_{12} &= v' + u' + \theta_1\theta_2, \\ K_{11} &= \theta_1', K_{22} = \theta_2', K_{12} = \theta_1' + v'/R, \\ (\dots)' &= \frac{\partial(\dots)}{\partial x}, (\dots)\cdot = \frac{1}{R} \frac{\partial(\dots)}{\partial \alpha_2}, \end{aligned} \quad (1)$$

где u, v, w – перемещения точек поверхности приведения оболочки в направлениях координатных линий $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$; θ_1, θ_2 – углы поворотов; R – радиус оболочки; $E_{11}, E_{22}, E_{12}, K_{11}, K_{22}, K_{12}$ – соответственно удлинения, сдвиг, изменения кривизн и кручение поверхности приведения оболочки.

2) Физические соотношения:

$$\begin{aligned} T_{11} &= (B_{11} + \Delta B_{11})E_{11} + B_{12}E_{22} + (A_{11} + \Delta A_{11})K_{11} + A_{12}K_{22} \quad (1 \rightleftharpoons 2), \\ S &= B_{33}E_{12} + 2A_{33}K_{12}, \\ M_{11} &= (A_{11} + \Delta A_{11})E_{11} + A_{12}E_{22} + (D_{11} + \Delta D_{11})K_{11} + D_{12}K_{22} \quad (1 \rightleftharpoons 2), \\ H &= A_{33}E_{12} + 2D_{33}K_{12}, \end{aligned} \quad (2)$$

где $T_{11}, T_{22}, S, Q_{11}, Q_{22}, M_{11}, M_{22}; H$ – возникающие в оболочке усилия и моменты.

Входящие в эти соотношения жесткостные параметры при выборе в качестве поверхности приведения отмеченной срединной поверхности полотна оболочки вычисляются по схеме:

$$\begin{aligned} A_{11} &= A_{12} = A_{21} = A_{22} = A_{33} = 0, \\ B_{11} &= B_{22} = Eh/(1 - \nu^2), B_{12} = B_{21} = \nu B_{11}, \\ D_{11} &= D_{22} = B_{11}h^2/12, D_{12} = D_{12} = \nu D_{11}, \\ B_{33} &= Gh, D_{33} = B_{33}h^2/12, G = 0,5E/(1 + \nu). \end{aligned} \quad (3)$$

$$\Delta B_{ii} = EF_i/l_i, \Delta A_{ii} = ES_i/l_i, \Delta D_{ii} = EJ_i/l_i, F_i = a_i b_i, \\ S_i = F_i z_{0i}, J_i = a_i b_i^3/12 + F_i(z_{0i})^2, z_{0i} = -(h + b_i)/2, (i = 1, 2).$$

Здесь E и ν – модуль Юнга и коэффициент Пуассона материала оболочки.

3) Уравнения равновесия:

$$\begin{aligned} T'_{11} + S' + q_1 &= 0, \\ S' + T'_{22} + (Q'_{22} + H')/R + q_2 &= 0, \\ Q'_{11} + Q'_{22} - T'_{22}/R + q_z &= 0, \\ M'_{11} + H' - T'_{11}\theta_1 - S\theta_2 - Q'_{11} &= 0, \\ M'_{22} + H' - T'_{22}\theta_2 - S\theta_1 - Q'_{22} &= 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь q_1, q_2, q_z - интенсивности приложенных к оболочке поверхностных нагрузок (см. рисунок 2). В рассматриваемом случае осевого сжатия оболочки эти нагрузки полагаются равными нулю.

4) Граничные условия.

На каждом из торцов оболочки должны быть заданы четыре условия из приводимого ниже перечня, включающего

- кинематические условия:

$$u=u^*, v=v^*, w=w^*, \theta_1=\theta_2^* \quad (5)$$

- и статические условия:

$$T_{11} = T_{11}^*, S + 2H/R = T_{12}^*, Q_{11} + H' = Q_{11}^*, M_{11} = M_{11}^*. \quad (6)$$

Здесь звёздочкой помечены задаваемые значения параметров на торцах оболочки. При этом факторы $T_{11}^*, T_{12}^*, Q_{11}^*, M_{11}^*$ представляют собой, соответственно, приложенные к торцу оболочки нормальное усилие, сдвигающее усилие, перерезывающее усилие и изгибающий момент. Их положительные направления совпадают с положительными направлениями соответствующих внутренних усилий и моментов, представленных на рисунке 2. В принятом к рассмотрению случае приложения к торцу оболочки равномерно распределённой осевой сжимающей нагрузки Q на этом торце должно быть задано условие вида:

$$T_{11} = -Q/(2\pi R). \quad (7)$$

Далее мы будем полагать, что в рассматриваемом случае осевого сжатия вафельной оболочки на её торцах реализуются граничные условия, близкие к жёсткому закреплению. Другими словами, в качестве заданного статического граничного условия будем принимать связь (7), считая, что остальные семь граничных условий являются кинематическими, устанавливающими нулевые значения кинематических параметров на торцах оболочки.

До момента достижения приложенной сжимающей нагрузкой некоторого (критического) значения $Q_{кр}$ единственным решением поставленной краевой задачи о деформации вафельной оболочки будет осесимметричное решение (с параметрами, зависящими только от координаты x), которое назовём основным. В соответствии с бифуркационным подходом в качестве $Q_{кр}$ принимаем нагрузку, при которой наряду с исходной формой равновесия становятся возможными формы, близкие к исходной, но отличные от неё. Считая бесконечно малыми добавки в компонентах напряжённо-деформированного состояния оболочки, связанные с переходом (в точке бифуркации) от исходного основного равновесного состояния к близ-

кому новому равновесному состоянию, осуществляем относительно этих добавок линеаризацию (в окрестности исходного осесимметричного состояния) соотношений поставленной геометрически нелинейной задачи о деформации оболочки. При этом для нахождения указанных добавок получаем систему линейных однородных алгебраических и дифференциальных (в частных производных по координатам $\alpha_1=x$ и α_2) уравнений с заданными однородными граничными условиями. Представляя искомые добавки разложенными в ряды Фурье по окружной координате, после подстановки полученных выражений в соотношения сформулированной линейной задачи получаем для каждой n -ой гармоники ($n = 0, 1, 2, 3, \dots$) систему из девятнадцати линейных однородных алгебраических и обыкновенных дифференциальных уравнений относительно девятнадцати неизвестных амплитудных значений указанных добавок. Указанные дифференциальные уравнения при этом содержат факторы, представляющие собой результаты решения, отвечающего докритическому состоянию вафельной оболочки при действии сжимающей нагрузки Q .

Решение каждой из представленных задач (для докритического и критического состояния оболочки) сводим к решению соответствующей линейной краевой (в первом случае неоднородной, во втором случае однородной) задачи для системы обыкновенных линейных дифференциальных уравнений первого порядка. Решение обеих краевых задач осуществляем, используя представленную в книге [5] процедуру ортогональной прогонки С. К. Годунова [6] в сочетании с численным интегрированием по методу Кутта-Мерсона [7]. Отметим, что один из фрагментов этой процедуры состоит в формировании (при завершении прямого этапа прогонки) разрешающей системы из четырёх линейных алгебраических уравнений для определения четырёх неизвестных констант, входящих в структуру общего решения поставленной краевой задачи. Столбец правой части этой системы формируется на основе граничных условий, заданных на правом торце оболочки. В случае обозначенной однородной краевой задачи указанная линейная алгебраическая система оказывается однородной. Ненулевое решение этой системы имеет место в случае, если определитель её матрицы равен нулю.

Поиск значения $Q=Q_{кр}$, при котором отмеченный определитель приобретает нулевое значение, осуществляется следующим образом. При каждом выбранном значении n в цикле по Q с малым по величине шагом ΔQ решается методом ортогональной прогонки соответствующая однородная краевая задача с вычислением значения указанного определителя. В момент смены знака этого определителя фиксируется (с точностью ΔQ) значение $Q=Q_{кр}$. В качестве искомого критического значения параметра Q для исследуемой оболочки принимается минимальная из найденных (при всех n) величина $Q_{кр}$. Описанная вычислительная модель реализована в виде программы на языке Fortran.

2 Результаты решения рассматриваемой задачи устойчивости методом численного интегрирования в сопоставлении с результатами конечно-элементного моделирования и эксперимента

В качестве объекта моделирования принимаем вафельную цилиндрическую (с геометрическими характеристиками, представленными в таблице 1) оболочку, результаты испытаний на устойчивость которой приведены в работе [8].

Таблица 1 – Значения геометрических параметров оболочки (см. рисунок 1)

R , мм	b_1 , мм	b_2 , мм	h , мм	a_1 , мм	a_2 , мм	l_1 , мм	l_2 , мм
1219	7,62	7,62	2,54	2,54	2,54	101,6	101,6

Длина оболочки $L=1981$ мм, модуль упругости $E=75842$ МПа, коэффициент Пуассона $\nu=0,33$. Перед испытаниями оболочки на устойчивость были проведены замеры отклонений её геометрических характеристик от номинальных значений. Отклонения по диаметру оболочки оценивались величиной порядка 2,5 мм. При достижении нагрузки значения $Q_{кр} = 3065$ кН была зафиксирована потеря устойчивости оболочки.

Для проведения расчёта на устойчивость оболочки методом конечных элементов была разработана в среде программного комплекса MSC.Patran/Nastran вычислительная модель на основе десятиузлового тетраэдрального элемента. В результате выполненного конечно-элементного (КЭ) моделирования получено значение $Q_{кр} = 3008,7$ кН, что на 2% ниже результата эксперимента. Полученная при этом форма потери устойчивости оболочки представлена на рисунке 3.

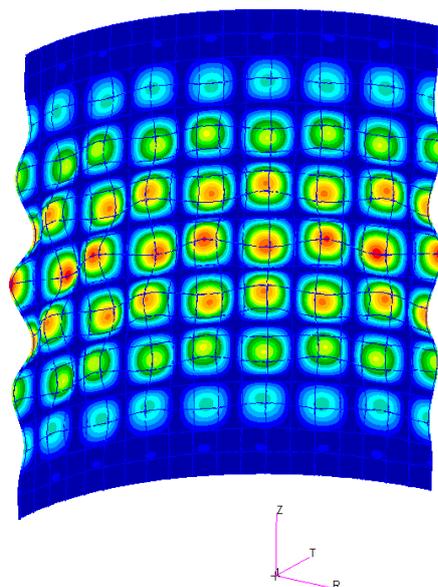


Рисунок 3 – Форма потери устойчивости, полученная КЭ моделированием

Проведён также расчёт данной вафельной оболочки с использованием описанной выше вычислительной модели, основанной на методе численного интегрирования (ЧИ). При этом получено $Q_{кр} = 2927$ кН, что на 5% ниже эксперимента. Также получена форма потери устойчивости, которая совпадает с формой, представленной на рисунке 3.

Как видно, результаты расчётов с использованием отмеченных КЭ и ЧИ вычислительных моделей хорошо согласуются с результатом эксперимента. При этом расхождение ЧИ и КЭ результатов оценивается величиной порядка 3%. Таким образом, в данном случае ЧИ модель, основанная на приближённой схеме конструктивно-ортотропной оболочки, демонстрирует высокую точность в прогнозе критического значения нагрузки для сжимаемой в осевом направлении вафельной цилиндрической оболочки.

3 Параметрические исследования по оценке отклонения получаемых с применением описанной ЧИ модели расчётных результатов от соответствующих результатов КЭ моделирования

В работе [4] для оценки весовой эффективности вафельной оболочки предложено использовать безразмерный параметр g , представляющий собой отношение массы гладкой изотропной оболочки к массе вафельной оболочки, имеющей такую же несущую способность при осевом сжатии. Для вафельной оболочки с данными, представленными в таблице 1, имеем

$g=1,2$. При этом имеем $\dot{h}=3$ для параметра, представляющего собой отношение высоты ребра к толщине полотна, и $k=0,025$ для параметра, характеризующего отношение толщины ребра к шагу рёбер. Согласно проведённому в [4] исследованию, наиболее оптимальная (в смысле массы) вафельная оболочка получается при значениях параметра k в диапазоне от 0,02 до 0,05 и значениях параметра \dot{h} в диапазоне от 2 до 6.

Обозначенные параметрические расчётные исследования с применением описанных ЧИ и КЭ моделей были проведены в рамках процедуры, осуществляющей изменение значения параметра k путём последовательного увеличения на 1 мм толщин рёбер принятой к рассмотрению вафельной оболочки. Полученные при этом расчётные значения $Q_{кр}$ (относящиеся к КЭ и ЧИ моделям) вместе с геометрическими характеристиками рассчитываемого варианта (с номером N) вафельной оболочки представлены в таблице 2. Здесь же дана оценка (в процентах) степени расхождения результатов расчётов значений $Q_{кр}$, получаемых на основе ЧИ и КЭ моделей, применительно к каждому из принятых к рассмотрению вариантов вафельной оболочки.

Таблица 2 – Результаты проведённых параметрических исследований с применением описанных ЧИ и КЭ вычислительных моделей

N	$a_1=a_2,$ мм	$b_1=b_2,$ мм	$l_1=l_2,$ мм	$h,$ мм	$Q_{кр} (КЭ),$ кН	$Q_{кр} (ЧИ),$ кН	k	\dot{h}	Расхождение, %
1	2,54	7,62	101,6	2,54	3008,7	2927	0,025	3	3
2	3,54	7,62	101,6	2,54	3369,6	3194	0,035	3	5
3	4,54	7,62	101,6	2,54	3734,3	3429,5	0,045	3	9
4	5,54	7,62	101,6	2,54	4120,4	3654,5	0,055	3	13
5	6,54	7,62	101,6	2,54	4480,9	3842	0,064	3	17
6	7,54	7,62	101,6	2,54	4808,8	4027	0,074	3	19
7	8,54	7,62	101,6	2,54	5167,8	4188,5	0,084	3	23
8	9,54	7,62	101,6	2,54	5549,3	4331,5	0,094	3	28

Дополнительно укажем, что в работе [2] рассматривался вариант вафельной оболочки с геометрическими характеристиками: $a_1=a_2=3,5$ мм, $b_1=b_2=11,5$ мм, $l_1=l_2=70,2$ мм, $h=2,5$ мм. Это соответствовало значениям $k=0,05$ и $\dot{h}=4,6$. Выполненные расчёты на устойчивость показали, что критическое значение сжимающей нагрузки, получаемое на основе ЧИ модели, для такого варианта вафельной оболочки на 6% ниже, чем получаемое на основе КЭ модели.

Заключение

Проведённые исследования с применением описанных ЧИ и КЭ вычислительных моделей показывают, что расчёт на устойчивость при осевом сжатии вафельной цилиндрической оболочки (с достаточно частой сеткой рёбер, исключающей возможность проявления местной формы потери устойчивости), осуществляемый в рамках расчётной схемы конструктивно-ортотропной оболочки (ЧИ модель), приводит к заниженной оценке критической нагрузки по сравнению с тем, что даёт КЭ модель, основанная на трёхмерных соотношениях теории упругости. Другими словами, представленная ЧИ модель позволяет получать «идущую в запас» оценку по устойчивости рассчитываемой вафельной оболочки. Продемонстрирован эффект влияния введённого в рассмотрение параметра k на степень расхождения расчётных результатов по критической нагрузке, получаемых на основе ЧИ и КЭ вычислительных моделей. В частности, при $k=0,035$ (что соответствует высокой эффективности спроектированной вафельной оболочки по массе) такое расхождение оценивается величиной порядка 5%, а при $k=0,05$ указанная оценка не превышает 11%. Таким образом, при значениях k в диапазоне от 0,02 до 0,05 применение модели осесимметричной конструктивно-ортотропной оболочки в задачах

расчёта на устойчивость при осевом сжатии вафельных цилиндрических оболочек является вполне обоснованным. Сама эта модель эффективна в том плане, что не требует больших ресурсов ЭВМ, на которой она реализуется.

Список использованных источников

1. Wang, B. Numerical-based smeared stiffener method for global buckling analysis of grid-stiffened composite cylindrical shells / B. Wang, K. Tian, P. Hao, Y. Zheng, Y. Ma, J. Wang // *Composite Structures*. – 2016. – 152. – P. 807-815.
2. Анисимов, С. А. Численный анализ устойчивости при осевом сжатии вафельных цилиндрических оболочек из алюминиевых сплавов // *Труды МАИ*. – 2024. – № 134. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=178880>
3. Анисимов, С. А. Прогноз критических нагрузок сжимаемых в осевом направлении вафельных цилиндрических оболочек в сопоставлении с экспериментальными данными / С. А. Анисимов, Л. Г. Сухомлинов, А. Е. Токарев // *Космонавтика и ракетостроение*. – 2024. – 1(134). – С. 58-67.
4. Д. Н. Незванов. Устойчивость цилиндрических оболочек вафельного типа при осевом сжатии // В сб.: *Вопросы прочности элементов авиационных конструкций*. – Куйбышев: КуАИ, 1971. – С. 119-132.
5. Кармишин, А. В. Статика и динамика тонкостенных оболочечных конструкций / А. В. Кармишин, В. А. Лясковец, В. И. Мяченков, А. Н. Фролов. – Москва : Машиностроение, 1975. – 376 с.
6. Годунов, С. К. О численном решении краевых задач для систем обыкновенных линейных дифференциальных уравнений / С. К. Годунов // *Успехи математических наук*. – 1961. – Т. 16, №3. – С. 171-174.
7. Ланс, Дж. Н. Численные методы для быстродействующих вычислительных машин / Дж. Н. Ланс. – Москва : Изд-во иностр. лит., 1962. – 208 с.
8. Hilburger, M. W. Buckling Test Results from the 8-Foot-Diameter Orthogrid-Stiffened Cylinder Test Article TA01. [Test Dates: 19-21 November 2008] / M. W. Hilburger, W. A. J. Waters, W. T. Haynie // *NASA/TP-2015-218785, L-20490, NF1676L-20067* - 2015.

On the applicability limits of the structurally orthotropic shell model in problems of calculating the buckling under axial compression of waffle cylindrical shells

S. A. Anisimov | Postgraduate Student;
Samara National Research University, Samara, Russian Federation;
ser85@bk.ru

V. F. Pavlov | Doctor of Science (Engineering), Professor, Head of Strength of
Materials Department;
Samara National Research University, Samara, Russian Federation;
sopromat@ssau.ru

V. P. Sazanov | Candidate of Technical Sciences, Associate Professor of Strength of
Materials Department;
Samara National Research University, Samara, Russian Federation;
sopromat@ssau.ru

The article considers the solution of the buckling problem of a waffle cylindrical shell under axial compression using the Euler (bifurcation) approach. Two models are used: a model based on the numerical integration method and a model based on the finite element method. The first model assumes that the stiffeners are structurally an orthotropic shell obeying the Kirchhoff-Love hypotheses, with the assumption of "smearing". The second model uses a tetrahedron element with ten nodes. The study is based on experimental data from tests of one of the waffle cylindrical shell samples under axial compression. The research results show that with an increase in the waffle shell rib thickness, a discrepancy between the calculation results of the two models is observed. With the optimal value of the k parameter, characterizing the ratio of the rib thickness to the rib pitch, equal to 0.035, such a discrepancy is estimated to be about 5%. At the same time, the calculation using the model of a structurally orthotropic shell leads to an underestimation of the critical load compared to the finite element model. This provides an estimate of the loss of stability of a waffle cylindrical shell with a safety margin. For parameter k between 0.02 and 0.05, the difference between the results from the two computational models for critical loads does not exceed 11%.

Keywords: buckling under axial compression; waffle cylindrical shell; numerical integration method

Citation: Anisimov, S. A., Pavlov, V. F. and Sazanov, V. P. (2024), "Sound-absorbing structures to reduce cabin and community noise of aircraft (Review)", *Journal of Dynamics and Vibroacoustics*, vol. 10, no. 2, pp. 49-58. DOI: 10.18287/2409-4579-2024-10-2-49-58. (In Russian; abstract in English).

References

1. Wang, B., Tian, K., Hao, P., Zheng, Y., Ma, Y. and Wang, J. (2016), "Numerical-based smeared stiffener method for global buckling analysis of grid-stiffened composite cylindrical shells", *Composite Structures*, 152, pp. 807-815.
2. Anisimov, S. A. (2024), "Numerical analysis of buckling under axial compression of orthogrid-stiffened cylindrical shells made of aluminum alloys", *Trudy MAI*, no. 134. URL: <https://trudymai.ru/published.php?ID=178880>. (In Russian; abstract in English).
3. Anisimov, S. A., Sukhomlinov, L. G. and Tokarev, A. E. (2024), "Calculated prediction of critical loads for axially compressed waffle cylindrical shells made of aluminum alloys in comparison with experiment", *Cosmonautics and rocket engineering*, 1(134), pp. 58-67. (In Russian).
4. Nezvanov, D. N. (1971), "Ustoychivost' tsilindricheskikh obolochek vafel'nogo tipa pri osevom szhatii" [Stability of cylindrical waffle-type shells under axial compression], *Voprosy prochnosti elementov aviatsionnykh konstruksiy* [Problems of strength of elements of aircraft structures], KuAI, Kuybyshev, pp. 119-132. (In Russian).
5. Karmishin, A. V., Lyaskovets, V. I. and Myachenkov, A. N. (1975), *Statika i dinamika tonkostennykh obolocheknykh konstruksiy* [Statics and dynamics of thin-walled shell structures], Mashinostroenie, Moscow. (In Russian). (In Russian).

6. Godunov, S. K. (1961), "O chislennom reshenii kraevykh zadach dlya sistem obyknovennykh lineynykh differentsial'nykh uravneniy", *Uspekhi matematicheskikh nauk*, vol. 16, no. 3, pp. 171-174. (In Russian).

7. Lans, J. N. (1962), *Chislennye metody dlya bystrodeystvuyushchikh vychislitel'nykh mashin* [Numerical methods for high-speed computers], Translated from English by I. A. Brin, Izdatel'stvo inostrannoy literatury [Publishing house of foreign literature], Moscow. (In Russian).

8. Hilburger, M. W., Waters, W. A. J. and Haynie, W. T. (2008), "Buckling Test Results from the 8-Foot-Diameter Orthogrid-Stiffened Cylinder Test Article TA01" [Test Dates: 19-21 November 2008], *NASA/TP-2015-218785*, L-20490, NF1676L-20067 - 2015.