УДК 543.211

И.П. Завершинский,
В.Н. Кнестяпин,
Е.Я.Коган

Самарский государственный аэрокосмический университет имени академика С.П. Королева (национальный исследовательский университет) (СГАУ).
443086 Самара, Московское шоссе, 34.
E-mail: ipzav63@mail.ru

АКУСТИЧЕСКОЕ ПОЛЕ ТОНКОГО ТЕЛА В ПОТОКЕ НЕРАВНОВЕСНОГО ФЛУКТУИРУЮЩЕГО ГАЗА

Получены уравнения, описывающие структуру среднего акустического поля, источником которого служит хорошо обтекаемое тонкое тело в сверхзвуковом потоке неравновесного флуктуирующего газа. Найдена зависимость формы фронта ударных волн от соотношения между длиной волны и радиусом корреляции. Проведено сравнение полученных результатов с экспериментальными данными.

Ключевые слова: *Обтекание; акустическое поле; неравновесность; нелинейность*

1 Введение

Отдельный интерес в силу аэродинамических приложений вызывает задача описания эволюции и структуры ударной волны в газовой среде. Эта проблема подробно исследовалась в равновесных средах [1] и др. Однако в последнее время появилось значительное число работ, исследующих эволюцию и структуру ударной волны в разряде.

Естественной в неравновесной газоразрядной плазме представляется ситуация, при которой развитие рэлеевской неустойчивости приводит к усилению акустических волн малой амплитуды и ударных волн. Однако распространение ударных волн в неравновесных средах, прежде всего в частично ионизованной плазме, демонстрирует и другие черты, заметно отличающие их эволюцию от пути, очерченного выше. В акустически активных средах экспериментально наблюдаются следующие аномальные эффекты: ускорение ударных волн и немонотонность их фронта; заметное уменьшение амплитуды ударных волн при одновременном уширении их фронта, появление предвестников ударных волн [2-4] и др. Кроме того, на эксперименте наблюдается образование вихрей на фронте ударной волны [2], уменьшение волнового сопротивления [5], [6] и другие эффекты.

2 Постановка задачи и основные результаты

Задача определения структуры акустического поля, источником которого служит тонкое тело $l_x/l_y >> M$, где l_x и l_y - продольный и поперечный масштаб тела, находящееся в сверхзвуковом потоке неравновесного газа, имеет важное значение, поскольку импульс, уносимый волнами, дает существенный вклад в силу сопротивления и подъемную силу при сверхзвуковом движении, формируя волновое сопротивление [6].

Анализ движения газа вдали от тонкого тела, при его движении в неравновесном газе, будем проводить при следующих стандартных предположениях. Рассматривается сверхзвуковое обтекание тонких тел при малых углах атаки однородным потоком неравновесного газа с невозмущенной скоростью $\vec{U} = (U,0,0)$ при условии потенциальности возмущений его параметров (рисунок 1). Таким образом, предполагаются выполненными условия: $M = v_0/u_s > 1$, $l_x/l_y >> M$ и $\delta = l_y/l_x << 1$, где $l_{x;y}$ - эффективные длина и толщина тела, δ - угол атаки, $M = U/u_s$, u_s - скорость звука.

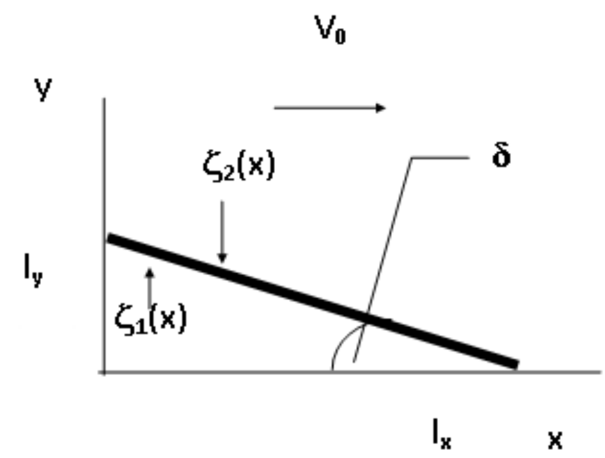

Рисунок 1. Поперечный разрез обтекаемого тела.

В качестве исходной будем рассматривать систему уравнений, включающую уравнения движения, непрерывности, состояния и уравнения для энергий поступательной и колебательной степеней свободы (для определенности зафиксируем тип внутренней степени свободы, выбрав колебательную степень свободы).

Последние три уравнения, записанные для возмущений давления и плотности газа $P' = (P-P_0)/P_0$, $\rho' = (\rho - \rho_0)/\rho_0$, сводятся к одному [1]:

$$P' = u_\infty{}^2\rho' + \frac{1}{2}\frac{\partial^2 P_0}{\partial\rho_0^2}\rho'^2 - \kappa\left(\frac{1}{c_V}-\frac{1}{c_P}\right)\nabla\vec{v} + \frac{m u_o{}^2}{\tau}\int\limits_{-\infty}^{\theta}\rho'(\theta')e^{-(\theta-\theta')/\tau}d\theta',$$

Положим $v(x,y,t) = U + v'(x,y,t)$, $\rho(x,y,t) = \rho_0 + \rho'(x,y,t)$, и т.д., где v', ρ', P', T', $\varepsilon' \sim \varepsilon^1 << 1$, невозмущенная скорость потока параллельна оси x, $v' = \nabla\varphi$.

Как указано в [7], движение газа вдали от тела, представляет собой звуковые волны. Акустическое поле, формируемое телом в потоке, нестационарно, если число Струхаля мало:

$$Sh = \frac{U\omega^{-1}}{l_x} << 1.$$

Стационарное поле формируется, если число Струхаля велико: $Sh >> 1$, или дисперсионное соотношение для возмущений потока $\omega = u_s k + Uk$ допускает существование стационарных возмущений с $\omega = 0$.

Будем снова считать, что скорость звука содержит флуктуирующую компоненту $u_s = u_s[1+\zeta(\vec{r})]$, где $\vec{r} = (x,y)$, $\zeta(\vec{r})$ - однородная случайная функция, $<\zeta> = 0$. После серии стандартных преобразований, описанных в [2,6], для высокочастотных возмущений $\omega\tau >> 1$ с точностью до слагаемых $\sim \varepsilon^2$ имеем

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}+U\frac{\partial}{\partial x}\right)^2\varphi - u_\infty^2\left(1+\varsigma(\vec{r})\right)^2\nabla^2\varphi = b\left(\frac{\partial}{\partial t}+U\frac{\partial}{\partial x}\right)\nabla^2\varphi - \alpha_\infty u_\infty\varphi + R[\varphi],$$

где

$$R[\varphi] = \frac{1}{2u_\infty^2}\left(\frac{\partial}{\partial t}+U\frac{\partial}{\partial x}\right)^2\frac{\partial\varphi}{\partial t} - \frac{1}{2u_\infty}\left(\frac{\partial}{\partial t}+U\frac{\partial}{\partial x}\right)(\nabla\varphi)^2 - \frac{\Psi_\infty-1}{2u_\infty^2}\left(\frac{\partial}{\partial t}+U\frac{\partial}{\partial x}\right)\left[\left(\frac{\partial}{\partial t}+U\frac{\partial}{\partial x}\right)\varphi\right]^2 - \nabla\left[\nabla\varphi\left(\frac{\partial}{\partial t}+U\frac{\partial}{\partial x}\right)\varphi\right].$$

Представим функцию φ в виде суммы когерентной и флуктуирующей компонент $\varphi = <\varphi> + \varphi'$, где $<\varphi'> = 0$. Тогда в системе отсчета, движущейся со скоростью U, $t = t$, $\xi = x - Ut$, $y = y$ структура поля описывается парой связанных уравнений:

$$\frac{\partial^2<\varphi>}{\partial t^2} - u_\infty^2\nabla_\xi{}^2<\varphi> = b\nabla^2\frac{\partial<\varphi>}{\partial t} - \alpha_\infty u_\infty<\varphi> + R[<\varphi>] + 2u_\infty^2<\varsigma\nabla_\xi^2\varphi'> + u_\infty^2<\varsigma^2>\nabla_\xi^2\varphi, \qquad (1)$$

$$\frac{\partial^2\varphi'}{\partial t^2} - u_\infty^2\nabla_\xi{}^2\varphi' = 2u_\infty^2\varsigma\nabla_\xi^2<\varphi>. \qquad (2)$$

Решение уравнения (2) может быть получено методом функций Грина: выражение для φ' может быть записано в виде

$$\varphi'(\vec{r}_\xi,t) = G(\vec{r}_\xi,t) * 2\varsigma(\vec{r}_\xi,t)\nabla_\xi^2<\varphi>. \qquad (3)$$

Здесь $\vec{r}_\xi = (\xi,y)$.

Подставим соотношение (3) в уравнение (1). С принятой при получении (1) точностью это уравнение можно переписать в следующем виде

$$\frac{\partial^2 <\varphi>}{\partial t^2} - u_\infty^2(1+\sigma^2)\nabla_\xi{}^2 <\varphi> = b\nabla^2 \frac{\partial <\varphi>}{\partial t} - \alpha_\infty u_\infty <\varphi> + R[<\varphi>] + 4u_\infty^2 GB * \frac{\partial^2}{\partial t^2}\nabla_\xi^2 <\varphi>, \qquad (4)$$

исключив флуктуирующие величины и получив тем самым замкнутое уравнение, описывающее структуру осредненного акустического поля, излучаемого тонким телом в сверхзвуковом потоке неравновесного газа. Здесь

$$GB = \frac{\delta(t-t')B(\vec{r}_\xi - \vec{r}'_\xi)}{u_\infty^2} + F^{-1}[\Xi],$$

$B(\vec{r}_\xi - \vec{r}'_\xi) = <\zeta(\vec{r}_\xi)\zeta(\vec{r}'_\xi)>$ - безразмерный коррелятор флуктуаций скорости звука, а функция Ξ в частном случае гауссовой корреляционной функции $B = B_0\exp(-|\vec{r}_\xi - \vec{r}'_\xi|^2/L^2)$ имеет вид

$$\Xi = \frac{\exp\left(\left(\frac{iu_\infty t}{L} - \frac{qL}{2}\right)\right)^2 erfc\left(\left(\frac{iu_\infty t}{L} - \frac{qL}{2}\right)\right)}{2u_\infty} + \frac{\exp\left(\left(\frac{iu_\infty t}{L} + \frac{qL}{2}\right)\right)^2 erfc\left(\left(\frac{iu_\infty t}{L} + \frac{qL}{2}\right)\right)}{2u_\infty},$$

где L - радиус корреляции, $q^2 = q_\xi{}^2 + q_y{}^2$.

Эволюция среднего поля $<\varphi>$ в значительной степени зависит от величины L/λ, где λ - длина волны. При $L/\lambda << 1$ подынтегральное слагаемое в (4) может быть разложено в ряд по степеням $\vec{r}_\xi - \vec{r}'_\xi$. Используя асимптотическое представление функции *erfc(z)*, приходим к уравнению

$$\frac{\partial^2 <\varphi>}{\partial t^2} - u_\infty^2(1+3\sigma^2)\nabla_\xi{}^2 <\varphi> = b\nabla_\xi{}^2 \frac{\partial <\varphi>}{\partial t} - -\alpha_\infty u_\infty <\varphi> + R[<\varphi>] + (\mu_T, \nabla_\xi)\frac{\partial^2 <\varphi>}{\partial t^2}, \qquad (5)$$

где коэффициент турбулентной вязкости имеет вид

$$\mu_T = \frac{2}{\pi}\int_{-\infty}^{\infty}(\vec{r}_\xi - \vec{r}'_\xi)B|\vec{r}_\xi - \vec{r}'_\xi|\,d\vec{r}'_\xi.$$

При этих условиях характерная ширина фронта волны $l \sim |\mu_T| >> l_f$, где l_f - длина свободного пробега, совпадающая по порядку величины с шириной фронта ударной волны в равновесном газе при тех же условиях.

Для оценки характерной длины затухания возмущения l_D заметим, что акустическое число Рейнольдса $Re = M_s u_\infty/|\mu_T|\omega$ в рассматриваемых условиях мало $Re << 1$, в силу чего можно использовать стандартную процедуру поиска решения уравнения (5) [1]. В результате имеем оценку $l_D \sim 2u_\infty{}^2/|\mu_T|\omega^2$.

Если рассеяние волны происходит на крупномасштабных вихрях с эффективным волновым числом k_ω, $k_x >> k_\omega$, то рассеяние происходит в основном на малые углы, так что зависимость от переменной y можно считать медленной. В этом случае эволюция ударной волны удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial^2 <\varphi>}{\partial t^2} - u_\infty^2(1+3\sigma^2)\nabla_\xi{}^2 <\varphi> = b\frac{\partial^3 <\varphi>}{\partial t\partial\xi^2} - \nu_\infty \frac{\partial <\varphi>}{\partial t} + R[<\varphi>] + \int_{-\infty}^{\infty}\frac{\partial^3 <\varphi(\xi-\Xi, t-|\Xi|)>}{\partial t\partial\xi^2}B(\Xi)d\Xi,$$

где $\nu_\infty = \alpha_\infty u_\infty$ - временной инкремент релеевской неустойчивости, рисунок 2.

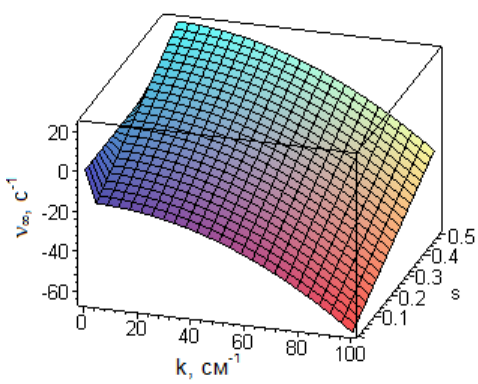

Рисунок 2. Зависимость акустического инкремента в колебательно возбужденном газе от волнового числа k, и степени неравновесности S.

Легко видеть, что при монотонно спадающей корреляционной функции B

дисперсионная зависимость при достаточно больших волновых числах носит диссипативный характер: $Im(\omega) > 0$. При этом коэффициент турбулентной диссипации $\sim M_s^2/k_y$ может существенно превышать коэффициент вязкостной диссипации b.

3 Заключение

Модели, полученные здесь, описывают более широкий класс явлений. Характер эволюции слабонелинейного начального возмущения в неравновесной флуктуирующей газовой среде сильно зависит от степени неравновесности среды, спектра и начальной амплитуды возмущения, характера и степени турбулентности среды. Тот факт, что эволюция ударной волны в акустически активной среде зависит от множества управляющих параметров, проиллюстрирован выше и подтверждается экспериментально.

Действительно, в условиях [8,9]: тлеющий разряд в воздухе или азоте, $P \sim 30$ Тор, $M \sim 1.1$-1.7, $\omega \sim 4$-$6 \cdot 10^4$ Гц, $\tau \sim 3$-$5 \cdot 10^{-5}$ с, $\alpha_\infty \sim 2 \cdot 10^{-3}$ см$^{-1}$ наблюдается некоторое увеличение амплитуды ударной волны при одновременном уширении ее фронта. В условиях данного эксперимента и флуктуирующий фон и возмущение, распространяющееся в среде, имеют одинаковую природу - это акустические волны. В результате формируется стационарная акустическая турбулентность. Ударная волна, распространяющаяся по такой среде, усиливается, а ее рассеяние на флуктуациях среды формирует турбулентную вязкость и приводит к уширению фронта волны на величину $\Delta l \approx u_\infty^3/\mu_T\omega^2 - u_\infty^3/\mu_\infty\omega^2$. Напротив, в условиях [10] ударная волна $M \sim 1.2$-1.9, распространялась в среде, где турбулентные пульсации создавались шероховатостями на стенках рабочей камеры трубы и имели природу, отличную от природы ударной волны. В результате наблюдалось одновременное ослабление и уширение фронта ударной волны.

Работа поддержана Минобрнауки РФ в рамках в рамках Программы повышения конкурентоспособности СГАУ на 2013-2020 гг. и Государственного задания вузам и научным организациям в сфере научной деятельности, проект № 608.

Список использованных источников

[1] Руденко, О.В. Теоретические основы нелинейной акустики [Текст] / О.В. Руденко, С.И. Солуян - М.: Наука, 1975. - 288 с.

[2] Гридин, А.Ю. Структура ударной волны в плазме (выделение энергии запасённой в плазме разряда за ударной волной) [Текст] / А.Ю. Гридин, А.И. Климов // Химическая физика. 1993. - Т. 12. - № 3. -С. 363-365.

[3] Макарян, В.Г. Слабые ударные волны в неравновесных средах с отрицательной дисперсией) [Текст] / В.Г. Макарян, Н.Е. Молевич // ЖТФ. - 2005. - Т. 75. - Вып. 6. - С. 13-18.

[4] Галимов, Р.Н. Структура и бифуркации плоских ударных волн в колебательно-возбужденном газе с внешним источником накачки [Текст] / Р.Н. Галимов, Н.Е. Молевич // Известия РАН МЖГ. 2009. - №1. - С.188-202.

[5] Бычков, В.Л. Расчетно-экспериментальное исследование сверхзвукового обтекания затупленного тела при наличии продольного электрического разряда [Текст] / В.Л. Бычков, Л.П. Грачев, И.И.Есаков и др. // Препринт ИПМ РАН. 1997. - №27. - 50 с.

[6] Завершинский, И.П. Обтекание тел потоком неравновесного газа [Текст] / И.П. Завершинский, Е.Я. Коган // ТВТ. - 1999. - Т.37. - №5. - С. 779-783.

[7] Ландау, Л.Д. Гидродинамика. [Текст] / Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц - М.:Наука,1988. - 736 с.

[8] Климов, А.И. Распространение ударных волн в распадающейся плазме [Текст] / А.И. Климов, А.Н. Коблов, Г.И. Мишин, Ю.Л. Серов, К.В.Ходатаев, И.П. Явор // Письма в ЖТФ. - 1982. - Т. 8. - № 9. - С. 551-554.

[9] Гридин, А.Ю. Распространение ударных волн в плазме тлеющего разряда [Текст] / А.Ю. Гридин, А.И. Климов, Н.Е. Молевич // ЖТФ. - 1993. - Т.63. - № 3. С.157-162.

[10] Азарова, О.А. Взаимодействие ударной волны с пульсациями параметров потока [Текст] / О.А. Азарова, Е.А. Братникова, А.В. Самсонов, Л.С. Штеменко, Ф.В. Шугаев, В.Е. Яницкий // Вестник МГУ. Сер. 3. Физика. Астрономия. - 1996. - N 5. - С. 46-53. - № 6. С. 46-53.

I.P. Zavershinskii, V.N. Knestyapin, E.Ya.Kogan

Samara State Aerospace University
34, Moskovskoye shosse, Samara, 443086, Russia.
ipzav63@mail.ru

ACOUSTIC FIELD OF THIN BODY IN A FLOW OF NONEQUILIBRIUM FLUCTUATING GAS

The equations describing the structure of the average acoustic field of well streamlined thin body in supersonic gas flow of the non-equilibrium random media are received. It is founded the dependence between shock wave front shape and relation of correlation radius and wave length. The results are compared with experimental data.

Keywords: *Streamline; acoustic field; non-equilibrium; non-linear*

References

[1] Rudenko, O.V. (2013) *Theoretical Foundations of Nonlinear Acoustics*. Springer.

[2] Gridin, A.Yu., Klimov, A.I. (1993) Shock wave structure in plasma (release of energy stored up in the discharge plasma behind the shock wave), *Russian Journal of Physical Chemistry B Focus on Physics*. 12(3), pp. 363-365.

[3] Makaryan, V.G., Molevich, N.E. (2005) Weak shock waves in negative-dispersion nonequilibrium media, *Technical Physics*, 50(6), pp. 685-691.

[4] Galimov, R.N., Molevich, N.E. (2009) Structure and bifurcations of plane shock waves in a vibrationally excited gas with an external pumping source, *Fluid Dynamics*, 44(1), pp. 158-169.

[5] Bychkov, V.L., Grachev, L.P., Esakov, I.I. (1997) *Numerical and Experimental Investigation of Supersonic Flow around Blunt Body at the Existence of the Longitudinal Discharge*, KIAM Preprint № 27, p. 50

[6] Zavershinskii, I.P., Kogan, E.Ya. (1999) Non-equilibrium gas flow around bodies, *High Temperature*, 37(5), pp. 779-783.

[7] Landau, L.D., Lifsitz, E.M. (1987) *Fluid Mechanics*. Pergamon Press.

[8] Klimov, A.I., Koblov, A.N., Mishin, G.I., Serov, Yu.L., Khodataev, K.V. (1982) The propagation of shock waves in a decaying plasma, *Tech. Phys. Letters*, 8(9), pp. 551-554.

[9] Gridin, A.Yu., Klimov, A.I., Molevich, N.E. (1993) Propagation of shock waves in the glow discharge plasma, *Technical Physics*, 38(3), pp.157-162.

[10] Azarova, O.A., Bratnikova, E.A., Samsonov, A.V., Shtemenko, L.S., Shugaev, F.V., Yanitskii, V.E. (1996) Interaction of shock wave with random flow parameters, 6, pp. 46-53.