

DOI: 10.18287/2409-4579-2018-4-4-37-41
УДК 629.12

ЧАСТОТЫ СВОБОДНЫХ КОЛЕБАНИЙ АМОРТИЗИРОВАННЫХ РОТОРНЫХ МЕХАНИЗМОВ

Н.В. Волкова,
В.И. Голованов

ФГУП «Крыловский
государственный научный центр»,
Московское шоссе, 44,
г. Санкт-Петербург,
Российская Федерация,
196158
wolfnvl@bmail.ru

А.А. Иголкин
Самарский национальный
исследовательский университет
имени академика С.П. Королева
Московское шоссе, 34,
г. Самара, Российская Федерация,
443086
igolkin97@gmail.com

Известны методы расчета частот свободных колебаний амортизированных механизмов, рассматриваемых как абсолютно твердые тела. Однако многие механизмы содержат в своем составе роторы, которые связаны с корпусом механизма только с помощью подшипников и могут вращаться с достаточно большой угловой скоростью, что приводит к необходимости учета при определении частот свободных колебаний механизма на амортизации гироскопического эффекта. Для решения этой задачи использовались система уравнений связанных свободных поворотных колебаний. В результате получено, что роторные амортизированные механизмы имеют два спектра частот свободных колебаний (в рабочем и нерабочем состоянии). Оба спектра должны учитываться при определении прочностных характеристик.

Ключевые слова: Колебания свободные; механизмы роторные; амортизатор; частота

Методы расчета частот свободных колебаний амортизированных механизмов, рассматриваемых как абсолютно твердые тела, достаточно полно описаны в литературе [1 - 3]. При этом, не останавливаясь детально на рассмотрении этих работ, в них рассмотрены акустические аспекты, связанные с вращением роторных частей этих механизмов и их взаимодействием со статорными частями [1], вопросы внутренней и внешней виброизоляции [2], динамики конструкции несущих рам, течение рабочих сред в неподвижных элементах и системах роторных машин.

Однако многие механизмы содержат в своем составе роторы, которые связаны с корпусом механизма только с помощью подшипников и могут вращаться с достаточно большой угловой скоростью.

Существование таких элементов приводит в необходимости учета при определении частот свободных колебаний механизма на амортизации гироскопического эффекта, обусловленного вращающимися элементами, и слабой связи между этими элементами и корпусом механизма, что ранее не делалось. Для

оценки влияния гироскопического эффекта рассмотрим следующую схему, представленную на рисунке 1.

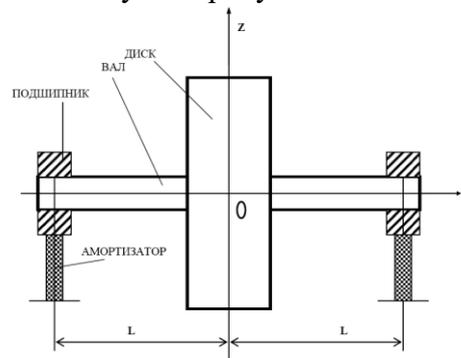


Рисунок 1. Схема вращающегося ротора в амортизированных подшипниках

Жесткий диск жестко закреплен на валу, который вращается с постоянной угловой скоростью ω в подшипниках, установленных на одинаковые амортизаторы. Центр тяжести всей системы расположен в центре диска точка 0. Главные центральные моменты инерции системы следующие: экваториальный - I_k (относительно оси, совпадающей с диаметром диска) и полярный - I_p (относительно оси, перпендикулярной плоскости диска).

Для простоты рассмотрим только поворотные колебания такой системы вокруг осей Y и Z. Система уравнений связанных свободных поворотных колебаний такой системы в соответствии с [2] может быть записана в виде:

$$\{I_k \cdot \ddot{\theta}_y - I_p \cdot \omega \cdot \dot{\theta}_z = -2 \cdot C_z \cdot L^2 \cdot \theta_y\} \quad (1)$$

где θ_y, θ_z - повороты оси вращения относительно осей Y и Z соответственно; C_y, C_z - жесткости амортизаторов в направлениях Y и Z соответственно; L - расстояние от центра тяжести системы до точек крепления амортизаторов; ω - постоянная угловая скорость вращения диска.

Точка означает дифференцирование по времени.

Решение системы (1) ищется в следующем виде:

$$\theta_y = A \cdot \sin pt, \quad \theta_z = B \cdot \cos pt. \quad (2)$$

С учетом этого уравнение для определения собственных частот системы принимает вид

$$(2 \cdot C_z \cdot L^2 - I_k \cdot p^2) \cdot (2 \cdot C_y \cdot L^2 - I_k \cdot p^2) - (I_p \cdot \omega \cdot p)^2 = 0 \quad (3)$$

Решения этого уравнения, т.е. значения собственных частот имеют следующий вид

$$p^2 = \frac{\omega_1^2 + \omega_2^2}{2} + \frac{1}{2} \left(\frac{I_p}{I_k} \omega \right)^2 \pm \sqrt{\left[\frac{\omega_1^2 + \omega_2^2}{2} + \frac{1}{2} \left(\frac{I_p}{I_k} \omega \right)^2 \right]^2 - \omega_1^2 \omega_2^2} \quad (4)$$

Здесь использованы следующие обозначения:

$$\omega_1^2 = \frac{2 \cdot C_z \cdot L^2}{I_k}, \quad \omega_2^2 = \frac{2 \cdot C_y \cdot L^2}{I_k} \quad (5)$$

Как видно, это значения частот свободных поворотных колебаний невращающегося диска вокруг осей Y и Z.

На рисунке 2 представлены зависимости отношений $p_1 \omega_1$ и $p_2 \omega_1$ от величины $\left(\frac{I_p}{I_k} \cdot \frac{\omega_1}{\omega_2} \right)$ для некоторых соотношений $\frac{\omega_2}{\omega_1}$.

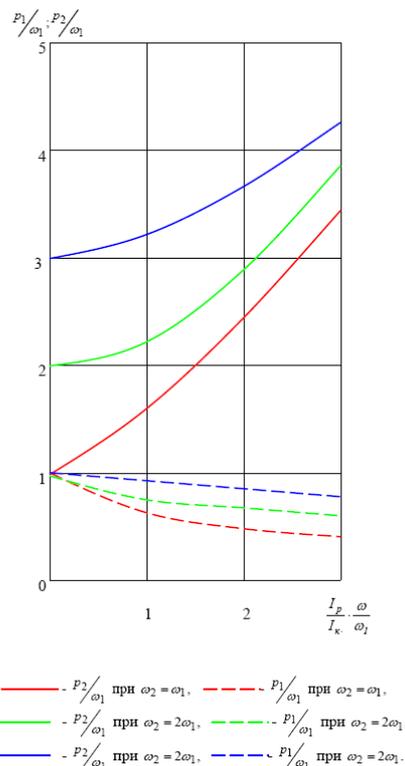


Рисунок 2. Зависимости собственных частот от параметров системы

Анализ выражений (1) и (4) и кривых рисунка 2 позволяет сделать следующие выводы:

1. Даже в такой упрощенной схеме поворотные колебания вокруг взаимно перпендикулярных осей, не совпадающих с осью вращения, являются взаимно связанными.

2. Все точки вала движутся по траекториям, имеющим форму эллипса, уравнение которого имеет вид:

$$\frac{1}{C} \cdot \left[\frac{y^2}{x^2} + \frac{z^2}{x^2 \cdot \left(\frac{I_k \cdot p^2 - 2C_z \cdot L^2}{I_p \cdot \omega \cdot p} \right)^2} \right] = 1, \quad (6)$$

где: x - координата точки вала; C - произвольная постоянная.

3. Даже свободно подвешенная в пространстве такая система имеет не равную нулю частоту свободных колебаний - частоту, которая является частотой свободной прецессии [5]:

$$p_c = \frac{I_p \cdot \omega}{I_k}. \quad (7)$$

4. Влияние гироскопического эффекта тем сильнее сказывается, чем больше частота вращения ротора и чем меньше жесткость амортизации.

Выведенные соотношения справедливы не только для отдельного ротора, но и для механизма, так как приведенные рассуждения от этого не изменяются. Только в этом случае за величину экваториальных моментов инерции следует принимать моменты инерции всего механизма относительно осей Y и Z, проходящих через центр тяжести механизма, а за величину полярного момента инерции – полярный момент инерции всего механизма.

Влияние вращающихся элементов, связанных с корпусом механизма с помощью подшипников, учитывается при рассмотрении поворотных колебаний механизма относительно оси вращения (рисунок 3). При этом, вследствие малости сил трения в подшипниках [6], можно считать, что в колебательном процессе практически участвует лишь корпус механизма.

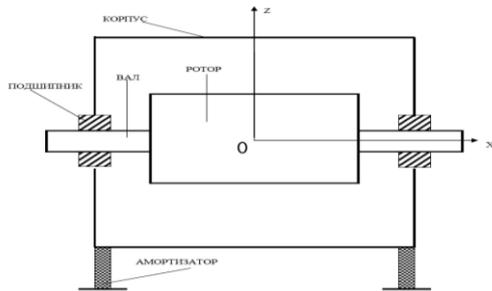


Рисунок 3.

3. Схема механизма, имеющего ротор

Уравнение малых поворотных колебаний такого механизма, установленного на четыре одинаковых амортизатора, будет иметь следующий вид

$$I_x^k \cdot \ddot{\theta}_x + 4C_z \cdot L^2 \cdot \theta_x = 0 \quad (7)$$

где: I_x^k - момент инерции корпуса механизма относительно оси X; θ_x - угол поворота корпуса; C_z - жесткость амортизатора в направлении оси Z; L - расстояние амортизаторов от центра тяжести.

С учетом этих факторов система дифференциальных уравнений, описывающих малые свободные колебания

амортизированного механизма, будет иметь следующий вид

$$M \cdot \ddot{X} + X \cdot \sum_i C_{xi} - \theta_z \cdot \sum_i C_{xi} \cdot y_i + \theta_y \cdot \sum_i C_{xi} \cdot z_i = 0$$

$$M \cdot \ddot{Y} + Y \cdot \sum_i C_{yi} - \theta_x \cdot \sum_i C_{yi} \cdot z_i + \theta_z \cdot \sum_i C_{yi} \cdot x_i = 0$$

$$M \cdot \ddot{Z} + Z \cdot \sum_i C_{zi} - \theta_y \cdot \sum_i C_{zi} \cdot x_i + \theta_x \cdot \sum_i C_{zi} \cdot y_i = 0$$

$$I_x^k \cdot \ddot{\theta}_x + \theta_x \cdot \sum_i (C_{yi} \cdot z_i^2 + C_{zi} \cdot y_i^2) - Y \cdot \sum_i C_{yi} \cdot z_i +$$

$$+ Z \cdot \sum_i C_{zi} \cdot y_i - \theta_z \cdot \sum_i C_{yi} \cdot z_i \cdot x_i - \theta_y \cdot \sum_i C_{zi} \cdot x_i \cdot y_i$$

$$(I_x^k + I_y^p) \cdot \ddot{\theta}_y - I_x^p \cdot \omega \cdot \theta_z + \theta_y \cdot \sum_i (C_{zi} \cdot x_i^2 + C_{xi} \cdot z_i^2) - Z \cdot \sum_i C_{zi} \cdot x_i +$$

$$+ X \cdot \sum_i C_{xi} \cdot z_i - \theta_x \cdot \sum_i C_{zi} \cdot x_i \cdot y_i - \theta_z \cdot \sum_i C_{xi} \cdot y_i \cdot z_i$$

$$(I_x^k + I_z^p) \cdot \ddot{\theta}_z - I_x^p \cdot \omega \cdot \theta_y + \theta_z \cdot \sum_i (C_{xi} \cdot y_i^2 + C_{yi} \cdot x_i^2) - X \cdot \sum_i C_{xi} \cdot y_i + (8)$$

где M , I_x^k , I_y^k , I_z^k - масса механизма и главные центральные моменты инерции его корпуса относительно осей X, Y и Z соответственно;

I_x^p - полярный момент инерции ротора; C_{xi} , C_{yi} , C_{zi} - поступательные жесткости i -ого амортизатора в направлении осей X, Y и Z соответственно (поворотные жесткости амортизаторов считаются пренебрежимо малыми);

x_i, y_i, z_i - координаты точек присоединения

i -ого амортизатора; $X, Y, Z, \theta_x, \theta_y, \theta_z$ - смещения и углы поворота центра тяжести механизма.

Таким образом, роторные амортизированные механизмы имеют два спектра частот свободных колебаний (в рабочем и нерабочем состоянии), причем оба они должны учитываться при определении прочностных характеристик, особенно при достаточно малой жесткости амортизирующего крепления.

Список использованных источников

[1] Беляковский Н. Г. Конструктивная амортизация механизмов, приборов и аппаратуры на судах / Н. Г. Беляковский. - Л.: Судостроение, 1965. – 524 с.

[2] Найденко О. К. Амортизация судовых двигателей и механизмов / О. К. Найденко, П. П. Петров - Л.: Судпромгиз, 1962. – 196 с.

[3] Гусаров А. Колебания и балансировка роторных систем / А. Гусаров. - М.: Наука, 1974, 112 с.

[4] Тимошенко В. П. Теория колебаний в инженерном деле / В. П. Тимошенко // Государственное научно-техническое издательство. - 1932. - 344 с.

[5] Хайкин С. Э. Физические основы механики / С. Э. Хайкин // М.: Физматгиз, 1962. – 772 с.

[6] Камерон А. Теория смазки в инженерном деле / А. Камерон // М.: Машгиз. - 1962. - 296 с.

FREE VIBRATION FREQUENCIES OF DAMPED ROTOR MECHANISM

Natalya V. Volkova,

Vladimir I. Golovanov

Krylov State Research Centre
44, Moskovskoe shosse,
St.Petersburg, Russian Federation
196158
wolfnvl@bmail.ru

Aleksandr A. Igolkin

Samara University
34, Moskovskoe shosse,
Samara, Russian Federation
443086
igolkin97@gmail.com

The influence of the rotating rotor on the free vibration frequencies of the damped mechanism is considered. Under the assumption of absolute rigidity of both the body of the mechanism and its rotor, a system of differential equations for determining the free oscillation frequencies is obtained. The analysis of this system shows that the spectrum of natural frequencies is determined not only by the static characteristics of the mechanism (mass and moments of inertia) and its depreciation, but also by the speed of rotation of the rotor.

Key words: Rotor-type mechanism; free oscillation; frequency; gyroscopic effect

References

- [1] Belykovskiy, N.G. (1965), *Structural amortization of machineries, devicies and equipments on thw ships*, Sudostroyenie, Leningrad, Russia, 524 p.
- [2] Naydenko, O.K. (1962), *Amortization marine engines and machineries*, Sudpromgiz, Leningrad, Russia, 196 p.
- [3] Gusarov, A. (1974), *Oscillations and balancing rotor-type of systems*, Nauka, 112 p.
- [4] Timohenko, V.P. (1932), *Theory of vibrations in engineering proceedings*, SSTP, Moscow, Russia, 344 p.
- [5] Haykin, S.E. (1962), *Basic physics of mechanics*, Fismathgiz, Moscow, Russia, 772 p.
- [6] Cameron, A. (1962), *Theory of lubrication in engineering*, Mashgiz, Moscow, Russia, 296 p.