

ИССЛЕДОВАНИЕ СТАТИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК РАБОЧЕГО ПРОСТРАНСТВА РОБОТА AR600E

**Шахматов Е.В.
Илюхин В.Н.
Мезенцев Д.А.**

Самарский университет
34, Московское шоссе,
Самара, Российская
Федерация
443086,
curucum@mail.ru

Рабочее пространство является одним из наиболее важных параметров для оценки гибкости робота и имеет важное значение для оптимизации конфигурации робота, планирования движения и управления. В статье предложена кинематическая модель манипулятора, основанная на его базовой структуре. Установлены системы координат соединений и получено прямое кинематическое решение с использованием методов Денавита-Хартенберга. На его основе рабочее пространство манипулятора анализируется методом Монте-Карло, на основе случайной вероятности и программного моделирования MATLAB для структурных параметров робота. Составлено облако точек рабочего пространства. Учитывая проблему недостаточной точности традиционного метода Монте-Карло при расчете рабочего пространства робота, был предложен улучшенный метод Монте-Карло с использованием Бета-распределения.

Ключевые слова: кинематика; Монте-Карло; рабочее пространство; AR600E

1 Введение

Рабочее пространство роботизированного манипулятора может быть определено как набор положений и/или ориентаций, которые могут быть достигнуты его рабочим органом, который обычно взаимодействует с окружающей средой. Изучение рабочего пространства очень важно для проектирования робота и планирования его перемещений и является важным критерием для оценки эффективности работы робота. Кроме того, рабочее пространство также является одним из индикаторов оценки рациональности конструкции роботизированного механизма. Расчет рабочего пространства робота с большим количеством степеней свободы, с открытой кинематической цепочкой очень сложен, существует три метода: аналитический, графический и численный.

Аналитический метод используется для расчета аналитических соотношений между рабочим пространством робота и структурными параметрами с использованием алгебраических уравнений. Это дает более точное описание рабочего пространства, но результаты анализа с

использованием аналитического метода не интуитивно понятны. Применение ограничено, так как включает сложные математические вычисления, включающие нелинейные уравнения и инверсию матриц, участвующих в кинематике роботов.

Графические методы используют графические методы построения для нахождения геометрической рабочей зоны робота. Хотя графический метод интуитивно понятен, процесс построения становится сложным по мере увеличения количества соединений, математические расчеты настолько сложны, что их сложно решить, а представление рабочего пространства не является исчерпывающим, а результат - не интуитивным и т.д. Эти методы не подходят для проекта робота с шестью степенями свободы. В данной статье представлен численный метод построения рабочего пространства робота методом Монте-Карло. Он используется для случайной выборки каждой обобщенной координаты робота, затем для каждой серии значений переменных совместной выборки решается задача прямой кинематики и получается набор позиций манипулятора. MATLAB использовался для создания интуитивно

понятной, быстрой, полной трехмерной и двумерной карты рабочего пространства. Это простой, практичный и практически универсальный численный метод оценки и проектирования кинематики манипулятора.

Шаги по построению рабочего пространства манипулятора на основе метода Монте-Карло, описанные в этой статье, включают в себя следующее:

1. Анализ структуры;
2. Определение параметров связей, диапазон углов;
3. Формирование системы координат Денавита-Хартенберга [1] и матрицы однородных преобразований;
4. Определение метода отбора проб по методу Монте-Карло и построение точек рабочего пространства на основе матрицы преобразования и значений выборки;
6. Моделирование и определение точек отображения рабочего пространства на карте рабочего пространства.

Робот AR600E производства российской компании НПО "Андроидная техника" [2] представляет собой полноразмерную антропоморфную, гуманоидную высокоадаптивную платформу. Робот способен выполнять задания самостоятельно или совместно с человеком, вести простой управляемый диалог, перемещаться в пространстве, заменять человека в любых видах работ.

Рукав робота представляет собой манипулятор с пятью степенями свободы. Блок-схема показана на рисунке 1.

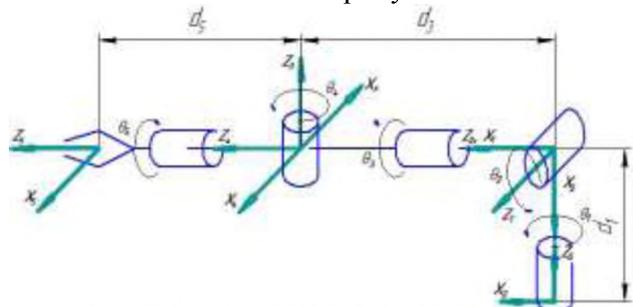


Рисунок 1. Структурная схема манипулятора

2 Кинематическое моделирование манипулятора

Хотя манипулятор является механизмом с пятью степенями свободы, рабочая область конечного привода ограничена четырьмя предыдущими связями, которые нужно изучить. Исходя из особенностей его структуры и подвижных соединений, ограничения этих соединений могут быть представлены следующим образом:

1) Диапазон эффективного угла соединения. Каждое соединение имеет вращающуюся пару. Каждый шарнир имеет диапазон вращения, указанный в таблице.

Таблица. Параметры соединений манипулятора

№ узла	a_i	α_i	d_i	F_i	Диапазон изменения	Узел
	мм	градусы	мм	градусы		
1	0	$-\pi/2$	d_1	F_1	-15...90	$d_1=197$
2	0	$\pi/2$		$F_2 + \pi/2$	-90...15	
3	0	$\pi/2$	d_3	$F_3 - \pi/2$	-45...45	$d_3=233$
4	0	$\pi/2$		$F_4 + \pi$	-0...130	
5	0	0	d_5	F_5	-45...45	$d_5=378$

2) Длина соединения. Чем длиннее соединение, тем больше рабочее пространство робота. Но размер формы робота должен быть ограничен, чтобы он мог адаптироваться к окружающей среде. Для робота-манипулятора AR-600E: $d_1 = 320$ мм, $d_2 = 250$ мм, $d_3 = 150$ мм.

Известно, что положение и ориентация твердого тела (или системы координат, связанной с этим телом) в пространстве однозначно определяется шестью координатами: тремя линейными (декартова) и тремя угловыми (например, углами Эйлера). Используя метод, предложенный в 1955 году учеными Жаком Денавитом и Ричардом Хартенбергом, можно уменьшить это число до четырех параметров, называемых параметрами Денавита-Хартенберга. Это упрощение достигается за счет использования стандартизированного алгоритма привязки

систем координат к линиям манипулятора (рисунок 2).

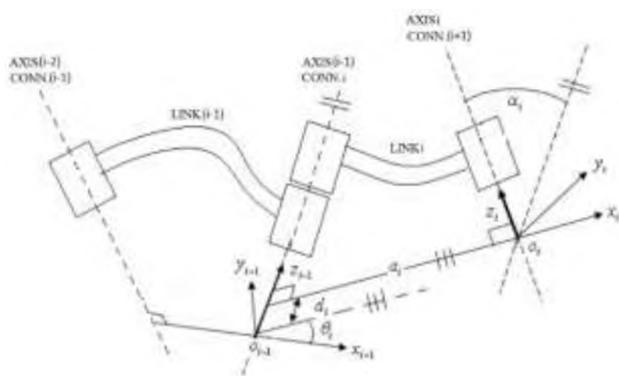


Рисунок 2. Связи на манипуляторе

Преобразование, описывающее конечное движение от ссылки (i - 1) к ссылке i, может быть выражено в следующей последовательности элементарных преобразований, начиная с ссылки (i - 1):

1. Вращение F_i вокруг оси $z_{(i-1)}$;
2. Движение d_i вдоль оси $z_{(i-1)}$;
3. Перемещение a_i вдоль оси x_i , перемещение a_i ;
4. Вращение α_i вокруг оси x_i .

Использование однородного преобразования 4×4 для описания взаимосвязи геометрии пространства каждого звена по отношению к фиксированной системе отсчета приводит к эквивалентной матрице однородного преобразования системы координат конечного привода по отношению к системе отсчета [3]. Он представлен в виде произведения четырех основных преобразований:

$${}^{i-1}T_i = R(z_{i-1}, \theta_i) T(z_{i-1}, d_i) T(x_i, a_i) R(x_i, \alpha_i) =$$

$$= \begin{bmatrix} C\theta_i & -S\theta_i & 0 & 0 \\ S\theta_i & C\theta_i & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} * \quad (1)$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & a_i \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & C\alpha_i & -S\alpha_i & 0 \\ 0 & S\alpha_i & C\alpha_i & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} C\theta_i & -Ca_i S\theta_i & Sa_i S\theta_i & a_i C\theta_i \\ S\theta_i & Ca_i C\theta_i & -Sa_i C\theta_i & a_i S\theta_i \\ 0 & Sa_i & Ca_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (2)$$

$${}^{i-1}T_i = \begin{bmatrix} {}^iR_{i-1} & {}^i d_{i-1} \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Умножая матрицу преобразования для каждого соединения, можно получить однородную матрицу преобразования от конечной системы координат относительно базовой системы координат, как показано в приведенном выше уравнении. Параметры связей и соединений в координатах Денавита-Хартенберга приведены в таблице 1.

$$H = {}^0T_n =$$

$${}^0T_1 {}^1T_2 {}^2T_3 {}^3T_4 {}^4T_5 {}^5T_6 = \begin{bmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3)$$

В формуле 3 в матрице описывается ориентация и положение конечного привода в базовой системе координат. Первые три столбца описывают угол ориентации конца манипулятора, 4-й - вектор положения конца манипулятора относительно базовой системы координат. При задании структурных параметров манипулятора его рабочая область может определяться обобщенными координатами q_i , поскольку из-за фактической структуры и ограничений привода обобщенные координаты q_i не могут иметь никакого значения, но есть определенный диапазон:

$$q_i^{\min} \leq q_i \leq q_i^{\max}, i \in (1, 2, \dots, 5) \quad (4)$$

Предположим, что начало координатной системы конца манипулятора является опорной точкой. Набор точек, до которых манипулятор может добраться, представляет собой рабочее пространство манипулятора AR600E.

$$p = \begin{cases} x(q) \\ y(q) \\ z(q) \end{cases} = \begin{cases} x(q_1, q_2, \dots, q_5) \\ y(q_1, q_2, \dots, q_5) \\ z(q_1, q_2, \dots, q_5) \end{cases} \left\{ q_i^{\min} \leq q_i \leq q_i^{\max}, i \in (1, 2, \dots, 5), \right. \quad (5)$$

$$q_i^{\max}, i \in (1, 2, \dots, 5),$$

где

$$x(q) = -d_5[s_4(s_1s_3 - c_1c_2c_3) + c_1c_4s_2] + c_1s_2d_3$$

$$y(q) = d_5[s_4(c_1s_3 + c_2c_3s_1) - c_4s_1s_2] + s_1s_2d_3$$

$$z(q) = d_1 - d_5(c_2c_4 + c_3s_2s_4) + c_2d_3$$

где $s_i = \sin(\theta_i), c_i = \cos(\theta_i)$.

Метод Монте-Карло - это численный метод, используемый для решения математических задач теории случайной выборки, который широко используется для описания некоторых физических явлений. Соединения манипулятора работают в пределах его диапазона. Когда они получают случайные значения, набор всех случайных конечных значений формирует рабочую область манипулятора. Поэтому в каждом соединении манипулятора случайные значения берутся и подставляются в кинематические уравнения для вычисления позиции. Затем можно получить трехмерные координаты конечной точки манипулятора. Наконец, трехмерные координаты этих точек отображаются графически, и мы можем получить представление о рабочем пространстве манипулятора.

$$q = [q_1, q_2, \dots, q_n]^T \quad (6)$$

Вектор обобщенных координат робота с n -степенями свободы (DOF). Метод Монте-Карло заключается в генерации большого количества случайных векторов q и для каждого из них для решения прямой кинематической задачи получения положения $X \in R^3$ рабочего тела робота. Компоненты каждого случайного вектора генерируются следующим образом:

$$q_n = q_n^{\min} + (q_n^{\max} - q_n^{\min})rand() \quad (7)$$

$Rand()$ функция случайной переменной в интервале $(0, 1)$.

После создания каждой случайной позиции робота необходимо проверить, удовлетворяет ли она другим дополнительным ограничениям, которые

могут существовать (например, различные части робота не должны пересекаться, или рабочий орган должен иметь нужную ориентацию). Если все ограничения выполнены, сгенерированная точка X сохраняется в виде рабочей области, а набор всех сохраненных точек представляет собой дискретное приближение рабочей области манипулятора.

3 Стандартное непрерывное равномерное распределение

Обычно переменная $Rand()$ в уравнении 7 представляет собой равномерное случайное число в интервале $(0, 1)$. Однако такой выбор обычно приводит к неточности и неоднородности рабочих зон, в которых одни области являются очень плотными и четко определенными (область, созданная большим количеством точек рабочего пространства), в то время как другие области, особенно те, которые находятся вблизи границ рабочего пространства, слишком редки (область с гораздо меньшим количеством точек), что затрудняет выяснение реальной формы рабочего пространства.

Причиной такой неоднородности плотности рабочего пространства является нелинейность прямого кинематического преобразования, которое преобразует обобщенную координату q в координаты положения рабочего тела [3]. Хотя обобщенные координаты распределены равномерно, эта однородность не сохраняется из-за нелинейности преобразования $q \rightarrow X$. В результате X распределяется в соответствии с неоднородным распределением, которое характеризуется высокой вероятностью (области, в которых рабочие точки создаются чаще, например, внутренние области, показанные на рисунке 3), и области с низкой вероятностью (редкие области, в которых точки почти не создаются, как границы рабочего пространства, показанные на рисунке 3).

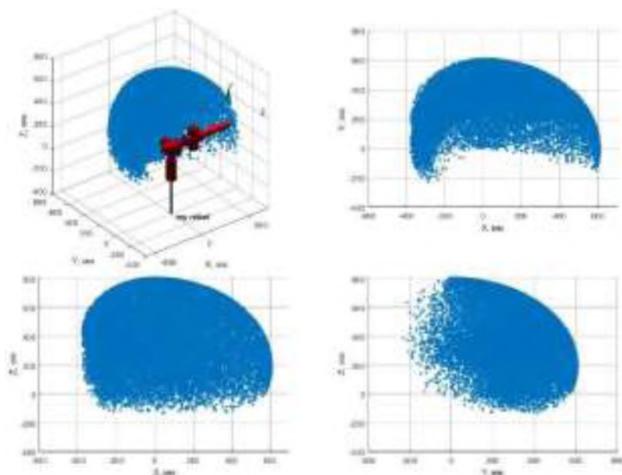


Рисунок 3. Точка рабочего пространства

Следует отметить, что, подобная неравномерная плотность может использоваться в качестве меры степени избыточности робота по всему рабочему пространству. Действительно, чем плотнее рабочая область, тем выше избыточность, поскольку это означает, что рабочий орган может быть размещен в этой области с более широким спектром конфигураций.

Для исправления этой проблемы точности и увеличения плотности точек на разреженных участках можно попытаться увеличить количество произвольно сгенерированных точек, тем самым увеличив время расчета. Однако это неэффективное решение, так как большинство пунктов все еще приходится на регионы с высокой вероятностью. В качестве альтернативы, для решения этой проблемы и достижения большей точности (особенно вблизи границ рабочего пространства можно использовать симметричные U-образные бета-распределения для выборки обобщенных координат вместо использования однородных распределений.

Функция плотности вероятности бета-распределения является очень универсальным способом описания случайных переменных, значения которых ограничены конечным интервалом [4]. Стандартное бета-распределение случайной переменной x на интервале $(0,1)$:

Где $\alpha, \beta > 0$ произвольные фиксированных параметров.

Одним из преимуществ бета-распределения является то, что оно может принимать различные формы в зависимости от значений параметров α и β , как показано на рисунке 4.

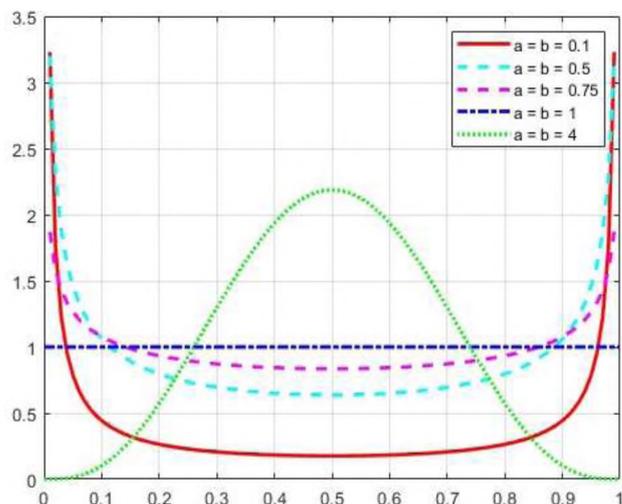


Рисунок 4. График бета-функции

Функция постоянного распределения вероятностей (горизонтальная линия) показывает, что стандартное равномерное распределение является особым случаем бета-распределения.

Используя бета-распределение уравнения 6, случайная выборка обобщенных координат может дать более однородные рабочие пространства и с более четко определенными границами, чем при использовании однородных распределений (генерирующих одинаковое количество случайных точек в обоих случаях). Это связано с тем, что во многих случаях границы обычно достигаются, когда некоторые углы соединения достигают своих пределов. В бета-распределении значения около 0 и 1 будут генерироваться чаще, чем другие значения. Таким образом, больше векторов обобщенных координат q будет генерироваться вблизи границ соединения. При преобразовании этих векторов в точки рабочего пространства, вблизи границ будет создано больше точек,

в результате чего границы будут определены более четко (рисунок 5,6).

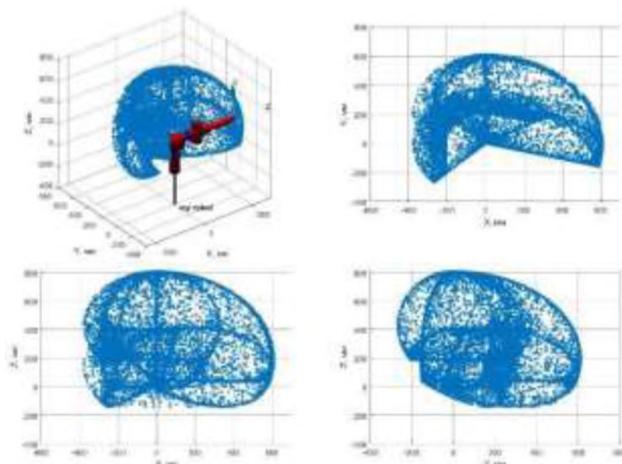


Рисунок 5. Точка рабочего пространства с бета-распределением $\alpha = \beta = 0,1$

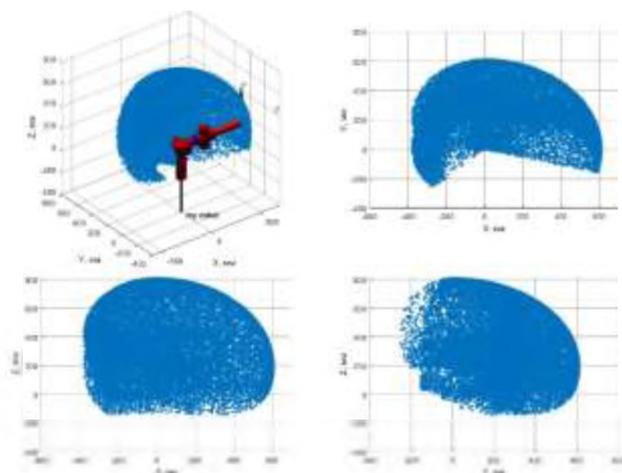


Рисунок 6. Точка рабочего пространства с бета-дистрибутивом $\alpha = \beta = 0,5$

4 Заключение

Результаты моделирования показывают, что предложенный метод позволяет интуитивно и комплексно определить рабочее пространство робота на основе моделирования методом Монте-Карло.

Метод Монте-Карло является возможным и практичным для графической генерации и анализа достижимого пространства. Основные преимущества этого метода заключаются в том, что он относительно прост, адаптивен к сложным системам с большим количеством степеней свободы и

легко учитывает различные ограничения в вычислениях.

Список использованных источников

- [1] Зенкевич, С.Л. Основы управления манипуляционными роботами / С.Л. Зенкевич, А.С. Ющенко. - М.: МГТУ им. Баумана, 2004. - 480 с.
- [2] Продукция компании «Андроидная техника» [Электронный ресурс]. URL: <https://npo-at.com/production> (дата обращения: 10.12.2019).
- [3] Garrett, S. Y. (2014), Design, analysis, and simulation of a humanoid robotic arm applied to catching: dissertation, Purdue University, Indianapolis, Indiana – 113 p.
- [4] Haibo Tian, Aimin Li, Farong Kou1 (2012), “Workspace Analysis and Calculation for the Manipulator of a Explosive-handling Robot in Mine”, Trans Tech Publications, Switzerland, pp 212-219.

STUDY OF THE STATIC CHARACTERISTICS OF THE WORKSPACE AR600E ROBOT

**Evgeniy V. Shakhmatov,
Vladimir N. Plyukhin,
Dmitry A. Mezentsev**

Samara University
34, Moskovskoe shosse,
Samara, Russian Federation
443086
curucum@mail.ru

The workspace is one of the most important parameters for evaluating robot flexibility and is important for optimizing robotic configuration, motion planning and control. Firstly, a kinematic model of the manipulator based on its basic structure was put forward. The systems of connection coordinates are established and the direct kinematic solution derived using DH methods. On its basis, the working space of the manipulator analyzed by the Monte Carlo method, based on random probability and software simulation MATLAB for the structural parameters of the robot. A cloud of workspace points has been compiled. Considering the problem of insufficient accuracy of the traditional Monte Carlo method in calculating the working space of the robot, an improved Monte Carlo method using the Beta distribution proposed.

Key words: kinematics; monte carlo method; workspace; ar600e

References

- [1] Zenkevich, C.L. (2004), *Osnovy upravleniya manipulyatsionnymi* [Robot Control Basics], MSTU named after Bauman, Moscow, Russia, 480 p.
- [2] Produktsiya kompanii "Androidnaya tekhnika" [Production of the company «Android technology»], available at: <https://npo-at.com/production> (Accessed 10 December 2019).
- [3] Garrett, S. Y. (2014), *Design, analysis, and simulation of a humanoid robotic arm applied to catching: dissertation*, Purdue University, Indianapolis, Indiana, 113 p.
- [4] Haibo Tian, Aimin Li, Farong Kou1 (2012), Том 192, "Workspace Analysis and Calculation for the Manipulator of a Explosive-handling Robot in Mine", Trans Tech Publications, Швейцария, стр 211-216.