

ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ ОБКАТКИ РОЛИКОМ НА ПРЕДЕЛ ВЫНОСЛИВОСТИ ВАЛОВ С НАПРЕССОВАННОЙ ВТУЛКОЙ

**В.Ф. Павлов,
В.С. Вакулюк,
В.П. Сазанов,
А.В. Ефросинин**

Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева
Московское шоссе, 34,
г. Самара, Российская Федерация,
443086
pavlov.vf@ssau.ru

Исследовано влияние обкатки роликом на предел выносливости при изгибе валов диаметром 25 мм и 50 мм из стали 20 и диаметром 25 мм из стали 40Х с напрессованной втулкой. Установлено, что на предел выносливости обкатанных роликом валов с напрессованной втулкой существенное влияние оказывают не только величина, но и характер распределения сжимающих остаточных напряжений в их опасном сечении. Оценка влияния поверхностного упрочнения на предел выносливости валов по критериям остаточных напряжений на поверхности и среднеинтегральных остаточных напряжений показала, что для прогнозирования приращения предела выносливости упрочнённых валов с напрессованной втулкой следует рекомендовать критерий среднеинтегральных остаточных напряжений, вычисленный по толщине поверхностного слоя опасного сечения детали, равной критической глубине нераспространяющейся трещины усталости. Показано, что с увеличением диаметра вала с напрессованной втулкой необходимо увеличивать толщину упрочнённого поверхностного слоя со сжимающими остаточными напряжениями.

Ключевые слова: обкатка роликом; напрессованная втулка; предел выносливости; остаточные напряжения; критерий среднеинтегральных остаточных напряжений

1 Введение

Для повышения сопротивления усталости деталей машин широкое применение на практике находят различные методы поверхностного пластического деформирования (ППД). Одним из методов ППД, наиболее часто используемым для повышения предела выносливости валов, является обкатка роликом. В связи с этим было исследовано влияние обкатки роликом на предел выносливости валов с напрессованной втулкой, являющейся весьма резким концентратором напряжений, которая приводит к значительному снижению сопротивления усталости валов.

2 Предмет исследования

В исследовании изучалось влияние обкатки роликом на предел выносливости поверхности упрочнённых цилиндрических валов диаметрами $D = 25$ мм, $D = 50$ мм из стали 20 и диаметром $D = 25$ мм из стали

40Х с напрессованной втулкой. Механические характеристики используемых для валов материалов приведены в таблице 1.

Таблица 1. Механические характеристики материалов

Материал	σ_e , МПа	$\sigma_{0,2}$, МПа	δ , %	ψ , %	S_k , МПа
сталь 20	522	395	26,1	65,9	1416
40Х	751	444	17,6	60,7	1330

Влияние обкатки роликом на приращение предела выносливости валов при изгибе $\Delta\sigma_{-1}$ в случае симметричного цикла оценивалось по двум критериям. Во-первых, по критерию осевых остаточных напряжений σ_z^{res} на поверхности валов, использованному в работах [1-6]

$$\Delta\sigma_{-1} = \psi_{\sigma} |\sigma_z^{res}|, \quad (1)$$

где ψ_{σ} – коэффициент влияния поверхностного упрочнения на предел выносливости по критерию σ_z^{nmb} .

Во-вторых, оценка производилась также по критерию среднеинтегральных остаточных напряжений $\bar{\sigma}_{ocm}$ [7, 8]

$$\Delta\sigma_{-1} = \bar{\psi}_{\sigma} |\bar{\sigma}_{ocm}|, \quad (2)$$

где $\bar{\psi}_{\sigma}$ – коэффициент влияния поверхностного упрочнения на предел выносливости по критерию $\bar{\sigma}_{ocm}$;

$$\bar{\sigma}_{ocm} = \frac{2}{\pi} \int_0^1 \frac{\sigma_z(\xi)}{\sqrt{1-\xi^2}} d\xi; \quad (3)$$

$\sigma_z(\xi)$ – осевые остаточные напряжения в опасном сечении детали (образца) с концентратором напряжений по толщине поверхностного слоя a ; $\xi = a/t_{kp}$ – расстояние от поверхности детали до текущего слоя, выраженное в долях t_{kp} ; t_{kp} – критическая глубина нераспространяющейся трещины усталости, возникающей в упрочнённой детали с концентратором напряжений при работе на пределе выносливости.

3 Результаты исследования

Сжимающие остаточные напряжения в поверхностном слое валов создавались обкаткой роликом диаметром 60 мм с профильным радиусом 1,6 мм при усилиях $P = 0,5$ кН (OP1) и $P = 1,0$ кН (OP2). Распределение осевых σ_z остаточных напряжений по толщине поверхностного слоя a определялось экспериментально методом колец и полосок [9] и для валов диаметром 25 мм представлено на рисунке 1.

Из данных рисунка 1 видно, что при обкатке роликом на одинаковых же режимах ($P = 1,0$ кН) характер распределения сжимающих остаточных напряжений в валах из стали 40Х существенно отличается от характера распределения остаточных напряжений в валах из стали 20. Сжимающие остаточные напряжения в валах из стали 40Х (эпюра 3) значительно выше

как по величине, так и по глубине залегания, чем в валах из стали 20 (эпюра 2), то есть распределение остаточных напряжений в валах из стали 40Х является более полным. Это различие в характере распределения остаточных напряжений, как будет показано ниже, существенно сказывается на сопротивлении усталости упрочнённых обкаткой роликом валов из сталей 20 и 40Х.

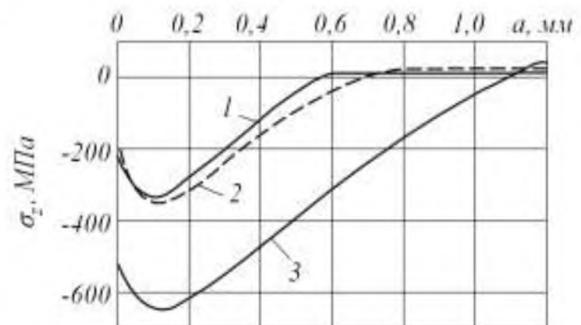


Рисунок 1. Осевые остаточные напряжения σ_z в упрочнённых обкаткой роликом валах диаметром $D = 25$ мм из стали 20 (1, 2) и стали 40Х (3) при: $P = 0,5$ кН (1) и $P = 1,0$ кН (2, 3)

Следует обратить внимание также на значительную величину наибольших сжимающих остаточных напряжений в валах из стали 40Х, составляющих -620 МПа и превышающих предел текучести материала (таблица 1). Этому факту дано объяснение в работе [10], где показано, что наибольшая величина сжимающих остаточных напряжений в упрочнённом поверхностном слое деталей может превышать даже сопротивление разрыву S_k материала детали на 15%. Из данных таблицы 1 и рисунка 1 видно, что этот предел в исследуемом случае не достигнут.

Испытания валов с напрессованной втулкой на усталость при изгибе в случае симметричного цикла проводились на машинах УММ-01 и УМП-02 [11], база испытаний – $3 \cdot 10^6$ циклов нагружения. Значения пределов выносливости валов σ_{-1} представлены в таблице 2. Можно видеть, что приращение предела выносливости упрочнённых роликом при $P = 1,0$ кН валов диаметром 25 мм из стали 40Х почти в два раза выше, чем валов из стали 20, что

объясняется большей величиной сжимающих остаточных напряжений и более полным их распределением по толщине поверхностного слоя, равной критической глубине нераспространяющейся трещины усталости t_{kp} [8, 12].

На примере валов диаметром 25 мм из стали 20, обкатанных роликом при $P = 0,5$ кН и $P = 1,0$ кН, можно проанализировать влияние характера распределения остаточных напряжений по толщине упрочнённого поверхностного слоя на предел выносливости. При практически одинаковых осевых σ_z остаточных напряжениях на поверхности валов ($\sigma_z^{nov} = -220$ МПа и $\sigma_z^{nov} = -210$ МПа) и наибольших напряжениях ($\sigma_z^{max} = -350$ МПа и $\sigma_z^{max} = -360$ МПа) большая глубина

залегания сжимающих остаточных напряжений при $P = 1,0$ кН ($a = 0,70$ мм), чем при $P = 0,5$ кН ($a = 0,52$ мм) приводит к большему увеличению предела выносливости. Приращение предела выносливости поверхностью упрочнённых валов при $P = 0,5$ кН составляет 50 МПа, а при $P = 1,0$ кН – 70 МПа, то есть на 40% выше. Приращение предела выносливости обкатанных роликом валов диаметром 50 мм из стали 20 более чем в два раза меньше по сравнению с валами диаметром 25 мм. Эти результаты указывают на то, что распределение сжимающих остаточных напряжений в поверхностно упрочнённых деталях должно быть наиболее полным по толщине поверхностного слоя опасного сечения, равной критической глубине t_{kp} нераспространяющейся трещины усталости.

Таблица 2. Результаты определения остаточных напряжений и испытаний на усталость валов с напрессованной втулкой

Материал	D , мм	K_σ	Неупроч- нённые образцы σ_{-1} , МПа	Упрочнённые образцы						
				обработка	σ_{-1} , МПа	σ_z^{nov} , МПа	ψ_σ	t_{kp} , мм	$\bar{\sigma}_{osc}$, МПа	
сталь 20	25	2,33	100	OP1	150	-220	0,227	0,535	-148	0,338
				OP2	170	-210	0,333	0,540	-201	0,348
	50	2,97	87,5	OP1	107,5	-180	0,111	1,02	-64	0,313
				OP2	112,5	-170	0,147	1,14	-82	0,305
40Х	25	3,95	162,5	OP2	285	-520	0,235	0,523	-484	0,253

Следует отметить, что полученные в исследовании значения t_{kp} незначительно отличаются от величин критической глубины нераспространяющейся трещины усталости, вычисленных по формуле (4) работы [12]

$$t_{kp} = 0,0216D, \quad (4)$$

где D – диаметр опасного сечения детали.

Для определения критической глубины t_{kp} нераспространяющейся трещины усталости выстоявшие базу испытаний упрочнённые роликом валы при напряжении, равном пределу выносливости, доводились до разрушения при большем

напряжении. На изломах этих валов просматривались нераспространяющиеся усталостные трещины, средняя глубина которых приведена в таблице 2. На рисунке 2 в качестве примера представлена фотография излома вала диаметром 25 мм из стали 20, упрочнённого обкаткой роликом при $P = 1,0$ кН. На фотографии видна нераспространяющаяся трещина 1, имеющая серповидную форму. Серповидная форма трещины обусловлена тем, что изгиб валов при испытаниях на усталость осуществлялся в одной плоскости. За критическую глубину трещины t_{kp} в этом случае принималась

наибольшая глубина, то есть глубина трещины в наиболее удалённой от нейтральной оси точке опасного сечения вала.

Критерий среднеинтегральных остаточных напряжений $\bar{\sigma}_{ocm}$ вычислялся по формуле (3) с использованием распределения остаточных напряжений, приведённого на рисунке 1, по толщине поверхностного слоя валов, равной критической глубине t_{kp} нераспространяющейся трещины усталости. Значения $\bar{\sigma}_{ocm}$ представлены в таблице 2. Коэффициенты влияния поверхностного упрочнения на предел выносливости ψ_σ и $\bar{\psi}_\sigma$, которые определялись по формулам (1) и (2), также приведены в таблице 2.

Сравнивая значения коэффициента ψ_σ , учитывающего влияние поверхностного упрочнения по критерию σ_z^{noe} , для валов из стали 20, можно видеть, что величина этого коэффициента для двух вариантов упрочнения различается в три раза. Такое существенное различие коэффициента ψ_σ не позволяет использовать критерий осевых остаточных напряжений σ_z^{noe} на поверхности опасного сечения для оценки влияния поверхностного упрочнения на предел выносливости детали.



Рисунок 2. Фрагмент излома упрочнённого обкаткой роликом при $P = 1,0$ кН вала из стали 20: 1 – нераспространяющаяся трещина усталости, 2 – зона долома

Анализируя значения коэффициента $\bar{\psi}_\sigma$, учитывающего влияние поверхностного

упрочнения по критерию $\bar{\sigma}_{ocm}$, можно видеть, что для упрочнённых роликом валов из стали 40Х этот коэффициент меньше, чем для образцов из стали 20. Это различие объясняется большей чувствительностью стали 40Х к концентрации напряжений по сравнению со сталью 20, что подробно исследовано в работе [13].

В таблице 2 приведены значения эффективного коэффициента концентрации напряжений K_σ , определённого для вала с напрессованной втулкой по данным работы [13]. Видно, что для валов диаметром 25 мм из стали 40Х коэффициент K_σ в 1,7 раза больше, чем для валов такого же диаметра из стали 20. С увеличением диаметра вала (сталь 20) коэффициент K_σ увеличивается, поэтому коэффициент $\bar{\psi}_\sigma$ влияния остаточных напряжений по критерию $\bar{\sigma}_{ocm}$ уменьшается.

В работе [14] на основании многочисленных экспериментов была установлена зависимость между коэффициентом влияния $\bar{\psi}_\sigma$ и эффективным коэффициентом концентрации напряжений K_σ в виде

$$\bar{\psi}_\sigma = 0,514 - 0,065K_\sigma. \quad (5)$$

Значения коэффициента $\bar{\psi}_\sigma$, вычисленные по зависимости (5), составили: для случая валов из стали 20 диаметром 25 мм – 0,362, диаметром 50мм – 0,327, для случая валов из стали 40Х – 0,257, то есть коэффициенты $\bar{\psi}_\sigma$, полученные в настоящем исследовании (таблица 2), незначительно отличаются от вычисленных по формуле (5) величин. Следовательно, критерий среднеинтегральных остаточных напряжений $\bar{\sigma}_{ocm}$ может быть использован для прогнозирования предела выносливости поверхностно упрочнённых валов с напрессованной втулкой.

4 Выводы

1. На предел выносливости обкатанных роликом валов с напрессованной втулкой существенное влияние оказывают не только величина, но и характер распределения сжимающих остаточных напряжений в их опасном сечении по толщине поверхностного слоя, равной критической глубине t_{kp} нераспространяющейся трещины усталости.

2. Оценка влияния поверхностного упрочнения на предел выносливости по критерию остаточных напряжений σ_z^{res} на поверхности валов с напрессованной втулкой приводит к существенному различию коэффициента ψ_σ , что делает невозможным использование критерия σ_z^{res} на практике.

3. Оценка влияния поверхностного упрочнения на предел выносливости по критерию среднеинтегральных остаточных напряжений $\bar{\sigma}_{osc}$ с учётом эффективного коэффициента концентрации напряжений K_σ даёт приемлемые для практики результаты, так как коэффициент $\bar{\psi}_\sigma$ изменяется в существенно меньших пределах, чем коэффициент ψ_σ . Поэтому критерий $\bar{\sigma}_{osc}$ представляется возможным использовать для прогнозирования предела выносливости обкатанных роликом валов с напрессованной втулкой.

4. С увеличением диаметра вала с напрессованной втулкой необходимо увеличивать толщину упрочнённого поверхностного слоя со сжимающими остаточными напряжениями.

Список использованных источников

[1] Свешников Д.А., Кудрявцев И.В., Гуляева Н.А., Голубовская Л.Д. Сопротивление усталости цементированных и цианированных сталей применительно к зубчатым колёсам // Вопросы прочности и долговечности машиностроительных материалов и деталей. М.: ВНИИТМАШ, ОНТИ. 1966. С. 48-55.

[2] Кравченко Б.А., Митряев К.Ф. Обработка и выносливость высокопрочных материалов. Куйбышев: Куйбышевское книжное издательство, 1968. 131 с.

[3] Серенсен С.В., Борисов С.П., Бородин Н.А. К вопросу об оценке сопротивления усталости поверхностно упрочнённых образцов с учётом кинетики остаточной напряжённости // Проблемы прочности. 1969. №2. С. 3-7.

[4] Туровский М.Л., Шифрин Н.М. Концентрация напряжений в поверхностном слое цементированной стали // Вестник машиностроения. 1970. №11. С. 37-40.

[5] Иванов С.И., Павлов В.Ф. Влияние остаточных напряжений на усталостную прочность // Проблемы прочности. 1976. №5. С. 25-27.

[6] Иванов С.И., Павлов В.Ф., Прохоров А.А. Влияние остаточных напряжений на сопротивление усталости при кручении в условиях концентрации напряжений // Проблемы прочности. 1988. №5. С. 31-33.

[7] Павлов В.Ф. О связи остаточных напряжений и предела выносливости при изгибе в условиях концентрации напряжений // Известия вузов. Машиностроение. 1986. №8. С. 29-32.

[8] Павлов В.Ф., Кирпичёв В.А., Вакулюк В.С. Прогнозирование сопротивления усталости поверхностно упрочнённых деталей по остаточным напряжениям. Самара: Издательство СНЦ РАН, 2012. 125 с.

[9] Иванов С.И. К определению остаточных напряжений в цилиндре методом колец и полосок. Остаточные напряжения // Куйбышев: КуАИ. 1971. Вып. 53. С. 32-42.

[10] Радченко В.П., Павлов В.Ф. Наибольшая величина сжимающих остаточных напряжений при поверхностном упрочнении деталей // Труды МНТК «Прочность материалов и элементов конструкций». Киев: ИПП им. Г.С. Писаренко НАНУ. 2011. С. 354-357.

[11] Филатов Э.Я., Павловский В.Э. Универсальный комплекс машин для испытания материалов и конструкций на усталость. Киев: Наукова Думка, 1985. 92 с.

[12] Павлов В.Ф. Влияние на предел выносливости величины и распределения остаточных напряжений в поверхностном слое детали с концентратором. Сообщение I. Сплошные детали // Известия вузов. Машиностроение. 1988. №8. С. 22-26.

[13] Серенсен С.В., Когаев В.П., Шнейдерович Р.М. Несущая способность и расчёт деталей машин на прочность. М.: Машиностроение, 1975. 488 с.

[14] Кирпичёв В.А., Филатов А.П., Карапаева О.В., Чирков А.В., Семёнова О.Ю. Прогнозирование предела выносливости поверхностно упрочнённых деталей при различной степени концентрации напряжений // Труды МНТК «Прочность материалов и элементов конструкций». Киев: ИПП им. Г.С. Писаренко НАНУ. 2011. С. 678-685.

THE ESTIMATION OF ROLLER STRENGTHENING INFLUENCE ON THE ENDURANCE LIMIT OF SHAFTS WITH PRESSURIZED HUB

Valentin F. Pavlov,
Vladimir S. Vakulyuk,
Vyacheslav P. Sazanov,
Arsenij V. Efrosinin

Samara National
Research University
34, Moskovskoe shosse,
Samara, Russian Federation
443086
pavlov.vf@ssau.ru

The influence of roller strengthening on endurance limit under bending of the 25 mm and 50 mm diameter shafts made of steel 20 and 25 mm diameter shafts made of steel 40X with a pressurized hub has been examined. It's been stated that the endurance limit of roller strengthened shafts with a pressurized hub depends not only on a value of compressive residual stresses in their dangerous section but on the character of its distribution. The valuation of a surface hardening influence on the endurance limit of shafts by the surface residual stresses criterion and the average integral residual stresses criterion has been shown that the average integral residual stresses criterion calculated through the part's dangerous section surface layer thickness equal the critical depth of the non-propagating fatigue crack can be recommended for the hardened shafts with a pressurized hub endurance limit increase prediction. It's been shown that on a diameter of a shaft with a pressurized hub raising it is necessary to increase a thickness of a hardened surface layer with compressive residual stresses.

Key words: roller strengthening; pressurized hub; endurance limit; residual stresses; average integral residual stresses criterion

References

- [1] Sveshnikov, D.A., Kudryavtsev, I.V., Gulyaeva, N.A., Golubovskaya, L.D., (1966) Soprotivleniye ustalosti tzentrovannych i tzianirovannykh stalej primenitel'no k zubchatym kolesam [Cemented and cyanided steels fatigue resistance with reference to toothed wheels]. *Voprosy prochnosti i dolgovechnosti mashinostroitel'nyh materialov i detalej*. M.: VNITMASH, ONTI [Questions of strength and durability of engineering materials and parts. Moscow: All-Union Scientific Research Institute of Mechanical Engineering Technology], pp. 48-55. (in Russian).
- [2] Kravchenko, B.A., Mitryaev, K.F., (1968) Obrabotka i vynoslivost' vysokoprochnykh materialov [Machining and endurance of high-strength materials]. *Kuibyshev: Kuibyshevskoe knizhnoe izdatel'stvo* [Kuibyshev: Kuibyshev Publishing House], 131 pp. (in Russian).
- [3] Serensen, S.V., Borisov, S.P., Borodin, N.A., (1969) K voprosu ob otzenke soprotivleniya ustalosti poverhnostno uprochnyonnyh obraztsov s uchetom kinetiki ostatochnoy napryajennosti [On surface hardened specimens fatigue resistance evaluation taking into account residual stress kinetics]. *Problemy prochnosti* [Strength problems], no. 2, pp. 3-7. (in Russian).
- [4] Turovsky, M.L., Shifrin, N.M., (1970) Kontzentratziya napryazhenij v poverhnostnom sloe tzentrovannoy stali [Stress concentration in the surface layer of cemented steel]. *Vestnik mashinostroyeniya* [Mechanical Engineering Bulletin], no. 11, pp. 37-40. (in Russian).
- [5] Ivanov, S.I., Pavlov, V.F., (1976) Vliyanie ostatochnyh napryazhenij na ustalostnyu prochnost' [Residual stresses influence on fatigue strength]. *Problemy prochnosti* [Strength problems], no. 5, pp. 25-27. (in Russian).
- [6] Ivanov, S.I., Pavlov, V.F., Prokhorov, A.A., (1988) Vliyanie ostatochnyh napryazhenij na soprotivlenie ustalosti pri kruchenii v usloviyah koncentracii napryazhenij [Residual stresses influence on fatigue resistance under torsion in stresses concentration conditions]. *Problemy prochnosti* [Strength problems], no. 5, pp. 31-33. (in Russian).
- [7] Pavlov, V.F., (1986) O svyazi ostatochnyh napryazhenij i predela vynoslivosti pri izgibe v usloviyah koncentracii napryazhenij [On connection between residual stresses and endurance limit under bending in stresses concentration conditions]. *Izvestiya vusov. Mashinostroeniye* [Universities News. Mechanical Engineering], no. 8, pp. 29-32. (in Russian).
- [8] Pavlov, V.F., Kirpichev, V.A., Vakulyuk, V.S., (2012) Prognozirovaniye soprotivleniya ustalosti poverhnostno uprochnyonnyh detalej po ostatochnym napryazheniyam [The prediction of surface hardened parts fatigue resistance by residual stresses]. *Samara: Izdatel'stvo SNC RAN* [Samara: Samara scientific centre Publishing House of the Russian Academy of Sciences], 125 pp. (in Russian).
- [9] Ivanov, S.I., (1971) K opredeleniyu ostatochnyh napryazhenij v cilindre metodom kolec i polosok. Ostatochnye napryazheniya [On determination of residual stresses in cylinder by rings-and-stripes method. Residual stresses]. *Kuibyshev: KuAI* [Kuibyshev Aviation Institute], issue 53, pp. 32-42. (in Russian).

- [10] Radchenko, V.P., Pavlov, V.F., (2011) Naibol'shaya velichina sjimayutschych ostatochnyh napryazhenij pri poverhnostnom uprochnenii detalej [The maximum of compressive residual stresses under surface hardening of parts]. *Trudy MNTK «Prochnost' materialov i elementov konstrukcij»*. Kiev: IPP im.G.S. Pisarenko NANU [Proceedings of the International Scientific Technical Conference "Strength of materials and structural elements". Kiev: The G.S. Pisarenko Strength Problems Institute of the Ukraine Academy of Sciences], pp. 354-357. (in Russian).
- [11] Filatov, E.Ya., Pavlovsky, V.E., (1985) Universal'nyi complex mashin dlya ispytaniya materialov i konstruktzij na ustalost' [Universal machine complex for fatigue tests of materials and structures]. Kiev: Naukova Dumka [Kiev: Scientific Thought], 92 pp. (in Russian).
- [12] Pavlov, V.F., (1988) Vliyanie na predel vynoslivosti velichiny i raspredeleniya ostatochnyh napryazhenij v poverhnostnom sloe detalii s koncentratorom. Soobshchenie I. Sploshnye detalii [The influence of residual stresses in a part with a concentrator surface layer value and distribution on the endurance limit. Report 1. Solid parts]. *Izvestiya vusov. Mashinostroeniye* [Universities News. Mechanical Engineering], no. 8, pp. 22-26. (in Russian).
- [13] Serensen, S.V., Kogayev, V.P., Shneyderovich, R.M., (1975) Nesutschaya sposobnost' i raschet detalej mashin na prochnost' [Carrying capacity and strength analysis of machine elements]. Moscow: Machinostroyeniye (Mechanical Engineering), 488 pp. (in Russian).
- [14] Kirpichev, V.A., Filatov, A.P., Karanaeva, O.V., Chirkov, A.V., Semenova, O.Yu., (2011) Prognozirovanie predela vynoslivosti poverhnostno uprochnionnyh detalej pri razlichnoy stepeni contzentratzii napryazhenij [Surface hardened parts endurance limit prediction under various degree of stress concentration]. *Trudy MNTK «Prochnost' materialov i elementov konstrukcij»*. Kiev: IPP im. G.S. Pisarenko NANU [Proceedings of the International Scientific Technical Conference "Strength of materials and structural elements". Kiev: The G.S. Pisarenko Strength Problems Institute of the Ukraine Academy of Sciences], pp. 678–685. (in Russian).