

Колесников И.В.,  
Коропец П.А.

Ростовский государственный  
университет путей сообщения

2, пл. Ростовского Стрелкового Полка  
Народного Ополчения,  
г. Ростов-на-Дону, 344038  
Российская Федерация,

pkoropets@gmail.com

## АНАЛИЗ ДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В ЗУБЧАТОЙ МУФТЕ ТРАНСМИССИИ ХВОСТОВОГО ВИНТА ВЕРТОЛЕТА

*Эксплуатация вертолетов Ми-26 показала, что наработка на забраковку шлицевых зубчатых муфт трансмиссии хвостового винта может отличаться примерно в 30 раз. Этот факт является поводом для поиска динамических процессов, нарушающих стационарность режимов нагружения муфт трансмиссии. На основании анализа кинематики и динамики муфты в данной работе показано, что при скольжении в парах трения «зуб-шлиц» могут развиваться фрикционные автоколебания, приводящие к дополнительным динамическим нагрузкам в элементах трансмиссии и, как следствие, снижению рабочего ресурса муфт. Вид автоколебаний, их параметры (частота, амплитуда), а также – устойчивость трансмиссии по отношению к фрикционным автоколебаниям зависят от трибологических характеристик контакта «зуб-шлиц», которые требуют дополнительных экспериментальных исследований. Результаты данной работы могут быть полезны при планировании натурных испытаний и обработке полученных данных.*

**Ключевые слова:** кинематика; динамика; вращающий момент; трение; скольжение; фрикционные автоколебания; устойчивость

### 1 Введение

Трансмиссия хвостового винта большинства вертолетов состоит из отдельных валов, последовательно соединенных зубчатыми шлицевыми муфтами, и двух промежуточных редукторов [1]. Многолетний опыт эксплуатации вертолета МИ-26 показал, что наработка шлицевых зубчатых муфт с начала эксплуатации до забраковки (по боковому зазору, выработке зубьев) изменяется в очень широких пределах – от 111 до 2985 часов. Отсюда следует, что отказ каждой из муфт возможен в непредсказуемый момент их эксплуатации.

Безопасная эксплуатация вертолета достигается регулярным контролем состояния муфт – каждые 100 часов налета и не менее 1 раза в месяц [2].

Одним из наиболее эффективных средств неразрушающего контроля и мониторинга является вибродиагностика – это определение состояния системы по

возникающим в ней шумам и вибросигналам [3, 4].

Для формирования информативных признаков состояния муфты и достоверной вибродиагностики трансмиссии необходимо рассмотреть особенности конструкции и динамики зубчатой муфты.

Сам факт 30 кратного различия в моторесурсе узла свидетельствует о том, что либо изначально широкий разброс имеют его технические характеристики, или же режимы работы муфт трансмиссии не являются стационарными, что наиболее вероятно.

Цель исследования – на основании анализа кинематики и динамики зубчатой муфты оценить возможность развития процессов, возникающих случайно, но оказывающих доминирующее влияние на нагрузки и, как следствие, – на моторесурс муфт.

### 2 Кинематика и динамика муфты

Конструкция шлицевой зубчатой муфты как элемента трансмиссии хвостового винта вертолета Ми-26 показана на рисунке 1.

Кинематическая схема зубчатой муфты показана на рисунке 2.

Угловая расцентровка означает, что ось ведущего вала муфты отклонена от направления ведомого вала на малый угол. Это приводит к тому, что плоскость вращения зубьев (ведущий вал) и плоскость вращения шлицев (ведомый вал) не совпадают и пересекаются по отрезку, проходящему через точку пересечения осей вращения  $O$ .

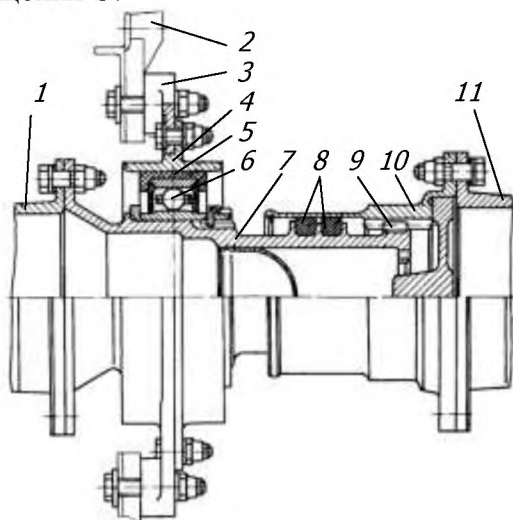


Рисунок 1. Конструкция зубчатой муфты: 1 – фланец ведущего вала, 2 – шпангоут, 3 – переходной фланец, 4 – опора, 5 – резиновая опора, 6 – шарикоподшипник, 7 – наконечник, 8 – резиновые уплотнения, 9 – шлицевое соединение, 10 – стакан, 11 – фланец ведомого вала

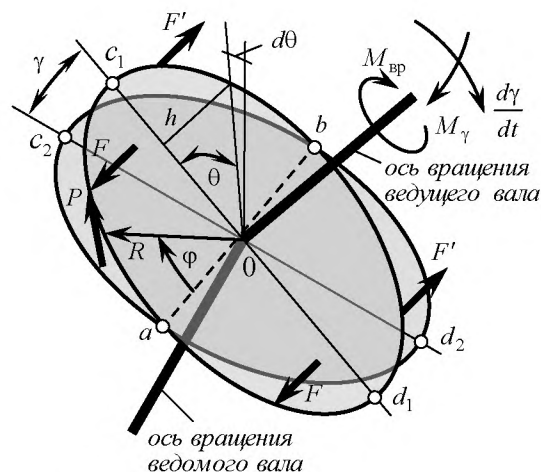


Рисунок 2. Кинематическая схема зубчатой муфты с угловой расцентровкой осей вращения

При вращении происходит взаимное смещение (скольжение) зубьев и шлицев, достигающее наибольшей величины между точками  $c_1$  и  $c_2$ , максимально удаленных от отрезка  $[ab]$ . В силу малости угла  $\gamma$  ( $\gamma$  зубчатых муфт он обычно не превышает  $1,5^\circ$ ) можно принять  $\sin \gamma = \gamma$ . Длина пути скольжения будет  $s = R\gamma \sin \phi$ , где  $R$  - радиус делительной окружности зубчатой муфты.

Если передача вращающего момента  $M_{вр}$  осуществляется только одной парой «зуб-шлиц», то в точке их контакта будет создаваться сила  $P = \frac{M_{вр}}{R}$ , направленная по касательной к делительной окружности зубьев. Скольжение зубьев и шлицев создается в пятне контакта касательную силу трения  $F = k \frac{P}{\cos 20^\circ}$ , где  $k$  - коэффициент трения, направленную против скольжения контактирующих тел, т.е. перпендикулярно плоскости вращения зубьев. Коэффициент  $1/\cos 20^\circ$  отражает тот факт, что контактирующие поверхности зубьев и шлицев (в силу их эвольвентного профиля) в полюсе зацепления наклонены на угол  $20^\circ$  по отношению к радиусу делительной окружности.

Если предположить, что зубьев

бесконечно много, то передаваемую окружную силу можно распределить по всей длине окружности зубьев, сформировав «удельную» силу  $p = \frac{P}{2\pi R}$  в каждой точке окружности. Тогда в каждой точке окружности будет создаваться «удельная» сила  $q = kp$ , распределенная по всей окружности, направленная противоположно скольжению и поэтому – перпендикулярно плоскости вращения зубьев. Такая распределенная нагрузка создает вокруг отрезка  $[c_1 d_1]$  момент  $M_\gamma$ , который может быть вычислен из выражения:

$$M_\gamma = 4 \int_0^{\frac{\pi}{2}} hqR d\theta = 4 \int_0^{\frac{\pi}{2}} qR^2 \sin \theta d\theta =$$

$$= 4k \frac{M_{вр} R^2}{2\pi R^2 \cos 20^\circ} = \frac{2kM_{вр}}{\pi \cos 20^\circ}.$$

В полученном выражении принято «кулоново» трение, которое не зависит от величины скорости относительного скольжения, а зависит только от ее направления. Поэтому момент  $M_\gamma$ , вызванный изломом осей вращения, пропорционален коэффициенту трения  $k$ , моменту вращения  $M_{вр}$ , и не зависит от угла излома осей  $\gamma$ .

Как следует из рисунка 2, направление момента  $M_\gamma$  определяется направлением сил  $F$  и  $F'$ , которые направлены против скорости относительного скольжения зубьев и шлицев. Таким образом, вектор момента направлен по отрезку  $[c_1 d_1]$  от точки  $c_1$  к точке  $d_1$ .

При вращении муфты в направлении, указанном для угла  $\phi = \omega t$ , где  $\omega$  угловая скорость вращения валов. Скорость относительного скольжения зубьев будет  $\dot{s} = \omega \gamma R \cos(\omega t)$ . В точках  $a$  и  $b$  скорость скольжения достигает максимума и равна  $\dot{s}^{\max} = \omega \gamma R$ . В точках  $c_1$  и  $c_2$  (а также в точках  $d_1$  и  $d_2$ ) происходит остановка и смена направления скольжения.

Если зависимость силы трения от скорости скольжения  $F_{тр}(\dot{s})$  отличается от «кулонова трения», то величина момента  $M_\gamma$  будет зависеть от угла поворота ведущего вала  $\phi$  и от угла излома осей  $\gamma$ , так как от угла излома зависит амплитуда скоростей относительного скольжения в парах «зуб-шлиц». В этом случае для одной пары «зуб-шлиц» элементарный момент  $M_{\gamma 1}$  в пределах одного оборота определяется из выражения:

$$M_{\gamma 1}(t) = |F_{тр}(\dot{s}) \cdot R \cdot \cos(\omega t)|.$$

Характеристика трения в паре «зуб-шлиц»  $F_{тр}(\dot{s})$  схематично показана на рисунке 3.

Из выше приведенных выражений следует, что скорость скольжения  $\dot{s}$  изменяется по гармоническому закону и неизбежно проходит точки остановки и участки характеристики сцепления с угловым коэффициентом  $\beta$  – рисунок 3.

Если пара «зуб-шлиц» содержит осцилляторы, то в муфте возможно развитие фрикционных автоколебаний с частотами на порядок выше оборотной частот вращения валов муфты.

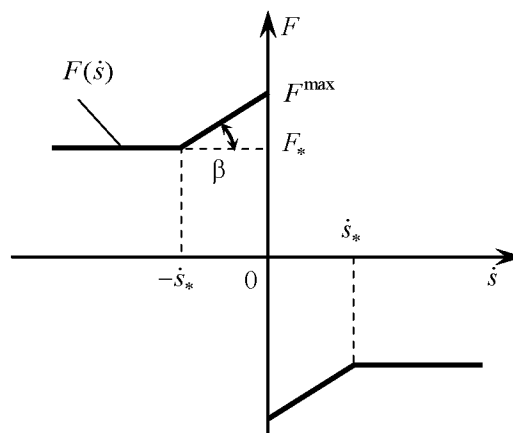


Рисунок 3. Зависимость силы трения от скорости относительного скольжения

Условия развития автоколебаний определяются параметрами осцилляторов а также – параметрами характеристики трения:  $F^{\max}$ ,  $\beta$ ,  $\dot{s}_*$  – рисунок 3, которые зависят от материала стакана и муфты, вида и режима термообработки, физических

свойств нанесенных покрытий и применяемой смазки.

Определение этих параметров требует дополнительных экспериментальных исследований. Наиболее важно ответить на вопрос: «возможно ли методами вибродиагностики идентифицировать и различать наносимые покрытия и оценивать устойчивость трибологического контакта по отношению к фрикционным автоколебаниям?».

В работах А.Ю. Ишлинского и И.В. Крагельского [5] и более современных исследователей, например, В.С. Метрикина [6] рассматриваются условия развития и параметры релаксационных фрикционных автоколебаний в высоконагруженных парах трения.

В практических целях важно знать, какого типа автоколебания (релаксационные или квазигармонические) могут развиваться в парах «зуб-шлиц», и как на эти динамические характеристики могут влиять различные модификации поверхностей трения.

Автоколебания проявляются в дополнительной вибрационной активности, которая будет определенным образом сориентирована по отношению к плоскости излома осей вращения. Поэтому для повышения качества и достоверности вибродиагностики необходимо устанавливать на каждую муфту два датчика-акселерометра с взаимно перпендикулярно ориентированными осями или один двухосевой акселерометр.

Сымитировать процесс развития автоколебаний в паре «зуб-шлиц» можно на модели простейшего осциллятора – рисунок 4, содержащего пару трения с характеристикой, показанной на рисунке 3.

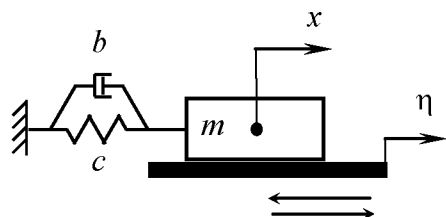


Рисунок 4. Модель осциллятора с трением

Движение модели (рисунок 4) описывается дифференциальным уравнением:

$$m\ddot{x} + b\dot{x} + cx = F(\dot{x}_{\text{ск}}),$$

где  $\dot{x}_{\text{ск}} = \dot{x} - \dot{\eta}$  - скорость скольжения массы;

$x = x(t)$  - обобщенная координата массы;

$\eta = \eta(t) = A \sin(\omega_1 t)$  - координата

кинематического возмущения;

$\dot{\eta}(t) = \omega_1 A \cos(\omega_1 t)$  - скорость возмущения;

$m, c, b$  - соответственно инерционные, упругие и диссипативные параметры модели.

В данном случае для соответствия процессов в математической модели простейшего осциллятора процессам в реальной муфте необходимо, чтобы частота внешнего возмущения  $\omega_1$  была на 1-2 порядка меньше собственной частоты колебаний модели  $\Omega$ :

$$\omega_1 \ll \Omega, \text{ где } \Omega = \sqrt{\frac{c}{m}}.$$

Условием возбуждения автоколебаний является превышение мощности, подводимой в систему в процессе колебаний  $E^+$ , над рассеиваемой мощностью  $E^-$  ( $E^- < E^+$ ), или в соответствие с работой [7]  $b < \beta$ , где  $\beta$  - крутизна (жесткость) наклоненного участка характеристики трения – рисунок 3.

Параметры эквивалентного простейшего осциллятора еще предстоит уточнить экспериментально. Но в данном случае важен не количественный, а качественный результат.

Результаты расчета для одной пары «зуб-шлиц» показаны на рисунках 5 и 6.

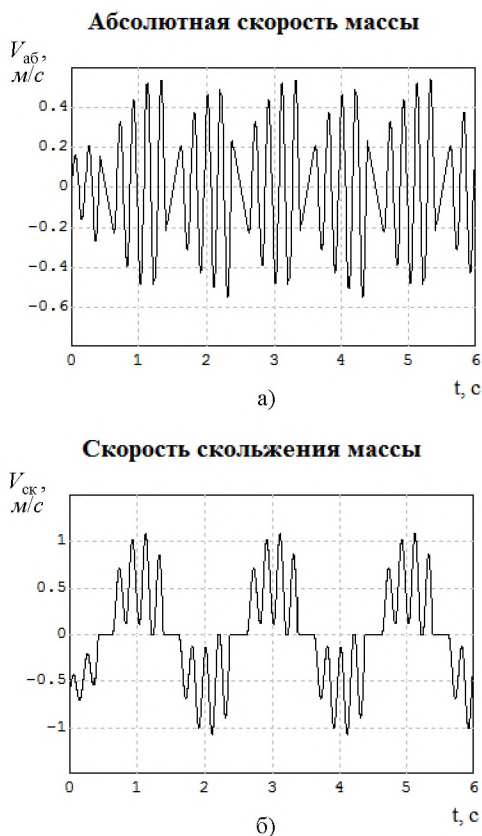


Рисунок 5 Кинематические показатели модели

При моделировании приняты следующие значения параметров:  $c = 1000 \text{ Н/м}$ ,  $m = 1 \text{ кг}$ ,  $b = 2 \text{ Нс/м}$ . Принятый коэффициент демпфирования  $b = 0,0316 b_{кр}$ , где  $b_{кр} = 2\sqrt{cm}$ . Примерно такого порядка демпфирование соответствует рассеиванию энергии в сталях при колебаниях – конструкционное демпфирование в паре «зуб-шлиц» [8].

Моделирование выполнено в замедленном в 100 раз масштабе времени:  $M_t = 100$ .

Частота внешнего возмущения задана близкой к оборотной номинальной частоте муфты, которая во временном масштабе 1:100 принята  $f_n = 0,5 \text{ Гц} = 3,14 \text{ с}^{-1}$ . При таких параметрах модельная собственная частота равна:

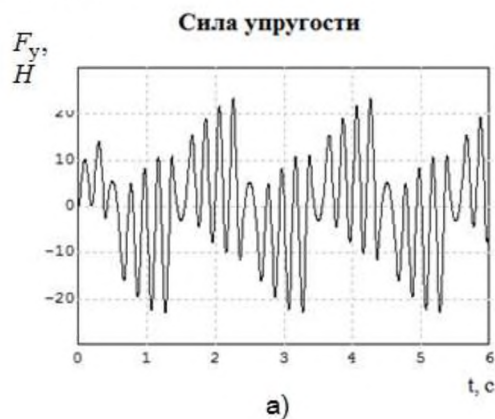
$$\Omega = \sqrt{\frac{c}{m}} = \sqrt{\frac{1000}{1}} = 31,62 \text{ с}^{-1} = 5,03 \text{ Гц}.$$

Характеристика  $F(\dot{s}_{ск})$  имеет параметры:

$F^{max} = 10 \text{ Н}$ ;  $F_* = 5 \text{ Н}$ ;  $\dot{s}_* = 0,5 \text{ м/с}$ . При таких параметрах  $\beta = 10 \text{ Нс/м}$ . Следовательно, выполняется условие  $b < \beta$ , и в системе развиваются фрикционные автоколебания с частотой  $\Omega_t = M_t \cdot \Omega = 503 \text{ Гц}$ .

Сопоставляя рисунки 5а и 5б, можно утверждать, с начала каждого полупериода кинематического возмущения  $\eta(t)$  в системе происходит развитие автоколебаний с собственной частотой  $\Omega$  и с нарастающей амплитудой, которая резко уменьшается к завершению полупериода. Это объясняется тем, что в начале и в конце каждого полупериода равновесная скорость, определяемая внешним возмущением, равна нулю. В окрестности нуля характеристика трения имеет разрыв первого рода («ступеньку»), который является фактором жесткого ограничения амплитуды автоколебаний.

Результирующая амплитуда скорости скольжения  $V_{ск} = \dot{x}_{ск}$  примерно в 2 раза больше абсолютной скорости массы  $V_{аб} = \dot{x}$ , так как скорость скольжения складывается из колебательной составляющей абсолютной скорости массы и скорости кинематического возмущения  $\dot{\eta}(t)$  – см. выше, что хорошо просматривается на рисунке 5б.



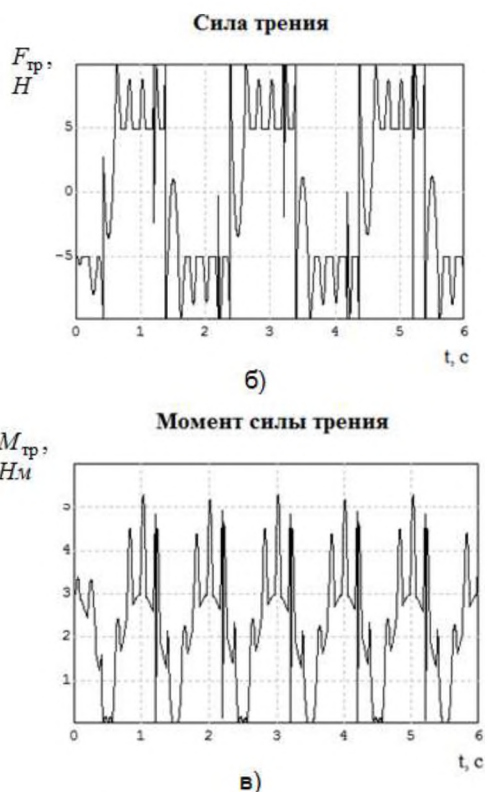


Рисунок 6. Динамические показатели модели

Отсюда следует практически важный вывод о том, что, чем больше амплитуда низкочастотного возмущения  $\eta(t)$ , тем больше амплитуда высокочастотных автоколебаний. Следовательно, амплитуда автоколебаний зависит от скорости возмущения  $\dot{\eta}(t)$ , а для муфты это означает – от угла излома осей вращения валов и их угловой скорости  $\omega$ .

Характер изменения упругих сил в пружине осциллятора (рисунок 6а) полностью повторяет характер абсолютной скорости массы. Для муфты эти силы эквивалентны тангенциальным упругим силам в контакте «зуб-шлиц».

Изменение во времени сил трения (рисунок 6б) зависит от вида характеристики трения  $F_{тр}(s)$ .

Момент от сил трения (рисунок 6в) ограничен синусоидальной огибающей, обусловленной изменением плеча силы трения от угла поворота валов.

Суммарный момент от всех пар «зуб-шлиц» определится как сумма всех 27-и

единичных моментов с учетом их относительного фазового сдвига.

Из этого следует, что если автоколебания возникают в нескольких из 27-и пар трения, то они могут породить многочастотные (близкие по частотам) колебательные процессы.

Проявление таких колебаний в определенном частотном диапазоне может служить информативным диагностическим признаком тяжело нагруженного (критического) режима работы муфты.

### 3 Заключение

1. Кинематический анализ зубчатой муфты показал, что при наличии угловой расцентровки осей вращения ведущего и ведомого валов, в муфте возникает изгибающий момент, обусловленный силами трения в парах «зуб-шлиц» вращающейся муфты.

2. Методами математического моделирования показано, что если характеристика трения в парах «зуб-шлиц» отличается от «кулонова» трения, то муфте возможно развитие фрикционных автоколебаний.

3. Автоколебательный режим фрикционного взаимодействия принципиально отличается от взаимодействия без колебаний, и в первую очередь по своим энергетическим показателям, которые главным образом определяют интенсивность износа узла, содержащего пары трения.

4. Автоколебания являются причиной возможных бифуркаций [9] в основных эксплуатационных режимах, существенно затрудняющих прогнозирование состояния и остаточного ресурса узла.

5. Устойчивость динамической системы по отношению к автоколебаниям, а также характер автоколебаний зависит от трибологических параметров фрикционных пар, таких как зависимость силы трения от скорости относительного скольжения, инерционных, упругих и диссипативных характеристик материалов контактирующих

поверхностей.

6. Стабилизация динамических режимов системы, содержащей пары трения, может быть достигнута как путем модификации контактирующих поверхностей, так и за счет оптимального выбора смазки.

7. Исключение автоколебательных режимов в парах трения способствует увеличению ресурса деталей и узлов. Это позволяет устранить неопределенность в установлении гарантированного ресурса и снизить затраты на обслуживание узлов машин без ее потери надежности.

8. Полученные теоретические результаты следует учитывать при составлении программы и проведении экспериментальных исследований.

### Благодарности

Автор Колесников И.В. выражает благодарность за финансовую поддержку Федеральному агентству железнодорожного транспорта (протокол от 15.04.2020 № ВЧ-24).

### Список литературы

- [1] Ми-26Т. Руководство по технической эксплуатации. Вертолет Ми-26Т стандартная спецификация (2000). Издательство ОАО «Роствертол», 2000, РТЭ 6 книг. – 342 с.
- [2] Вертолет Ми-26Т. Регламент технического обслуживания. Ч.1. Планер, вертолетные системы, силовая установка. М.: МВЗ им. Миля, 1989. – 248 с.
- [3] Голованов В.В. Бортовые системы ЦИАМ диагностики вертолетов [Электронный ресурс]. URL: <http://agnc.ru/publication/7804> (дата обращения: 12.08.2020).
- [4] Колесников В.И., Коропец П.А., Синютин Е.С. Вибродиагностика зубчатых муфт трансмиссии вертолета // Изв. вузов. Авиационная техника. 2020. № 1. С. 9-14.
- [5] Ишлинский А.Ю., Крагельский И.В. О скачках при трении // Журнал технической физики. 1944. Т. 14. Вып. 4/5. С. 276–282.
- [6] Метрикин В.С., Нагаев Р.Ф., Степанова В.В. Периодические и стохастические автоколебания в системе с сухим трением наследственного типа // ПММ. 1996. Т. 60. Вып. 5. С. 859–864.
- [7] Коропец П.А. Метод оценки устойчивости упругих систем с малой диссипацией // Вестник РГУПС. Ростов н/Д. 2016. № 1. С. 32 – 41.
- [8] Вибрации в технике: Справочник. В 6-ти т. / Ред. совет: В. Н. Челомей (пред.). —М.: Машиностроение, 1981. – Т. 6. Защита от вибрации и ударов / Под ред. К. В. Фролова. 1981. – С. 129-141.
- [9] Малинецкий Г.Г., Потапов А.Б. Современные проблемы нелинейной механики // М.: Эдиториал УРСС, 2000. – 336 с.

## ANALYSIS OF DYNAMIC PROCESSES IN GEARE COUPLING OF HELICOPTER TAIL ROTOR TRANSMISSION

**Kolesnikov I.V.,  
Koropets P.A.**

Rostov State Transport University  
2, Rostovskogo Strelkovogo Polka  
Narodnogo Opolcheniya Sq.,  
Rostov-on-Don, 344038  
Russian Federation,  
pkoropets@gmail.com

*Abstract. The operation of the Mi-26 helicopters has shown that the operating time for rejection of splined gear couplings of the tail rotor transmission can differ by about 30 times. This fact is the reason for the search for dynamic processes that violate the stationary of the loading modes of the transmission couplings. Based on the analysis of the kinematics and dynamics of the clutch, it is shown in this work that when sliding in "tooth-spline" friction pairs, frictional self-oscillations can develop, leading to additional dynamic loads in the transmission elements and, as a consequence, a decrease in the working life of the clutches. The type of self-oscillations, their parameters (frequency, amplitude), as well as the stability of the transmission in relation to frictional self-oscillations depend on the tribological characteristics of the "tooth-slot" contact, which require additional experimental research. The results of this work can be useful in planning field tests and processing the data obtained.*

**Key words:** kinematics; dynamics; torque; friction; slip; frictional self-oscillations; stability

## Reference

- [1] Mi-26T. Rukovodstvo po tekhnicheskoy ekspluatatsii. Vertolet Mi-26T standartnaya spetsifikatsiya (2000). Izdatel'stvo OAO «Rostvertol», 2000, RTE 6 knig. – 342 s. [Mi-26T. Technical operation manual. Helicopter Mi-26T standard specification (2000). Publishing house of JSC "Rostvertol", 2000, RTE 6 books. - 342 p.]
- [2] Vertolet Mi-26T. Reglament tekhnicheskogo obsluzhivaniya. CH.1. Planer, vertoletnyye sistemy, silovaya ustanovka. M.: MVZ im. M.L. Milya, 1989. – 248 s. [Helicopter Mi-26T. Maintenance schedule. Part 1. Glider, helicopter systems, power plant. M.: MVZ im. M.L. Mil, 1989. -- 248 p.]
- [3] Golovanov V.V. Bortovyye sistemy TSIAM diagnostiki vertoletov [Elektronnyy resurs]. URL: <http://agnc.ru/publication/7804> (data obrashcheniya: 12.08.2020). [CIAM onboard systems for diagnostics of helicopters [Electronic resource]. URL: <http://agnc.ru/publication/7804> (date of access: 12.08.2020)]
- [4] Kolesnikov V.I., Koropets P.A., Sinyutin Ye.S. Vibrodiagnostika zubchatykh muft trans-missii vertoleta // Izv. vuzov. Aviatsionnaya tekhnika. 2020. № 1. S. 9-14. [Vibration diagnostics of gear couplings of a helicopter transmission // Izv. vuzov. Aviation technology. 2020. No. 1. S. 9-14].
- [5] Ishlinskiy A.YU., Kragel'skiy I.V. O skachkakh pri trenii // Zhurnal tekhnicheskoy fiziki. 1944. T. 14. Vyp. 4/5. S. 276–282. [On jumps in friction // Journal of technical physics. 1944. T. 14. Iss. 4/5. S. 276–282].
- [6] Metrikin V.S., Nagayev R.F., Stepanova V.V. Periodicheskiye i stokhasticheskiye avtokolebaniya v sisteme s sukhim treniyem nasledstvennogo tipa // PMM. 1996. T. 60. Vyp. 5. S. 859–864. [Periodic and stochastic self-oscillations in a system with dry friction of hereditary type // Prikl. 1996. T. 60. 5.P. 859–864].
- [7] Koropets P.A. Metod otsenki ustoychivosti uprugikh sistem s maloy dissipatsiyey // Vestnik RGUPS. – Rostov n/D. – 2016. – № 1. – S. 32 – 41. [A method for assessing the stability of elastic systems with low dissipation. - Rostov n/a. - 2016. - No. 1. - P. 32 - 41].
- [8] Vibratsii v tekhnike: Spravochnik. V 6-ti t. / Red. sovet: V. N. Chelomey (pred.). – M.: Ma-shinostroyeniye, 1981. — T. 6. Zashchita ot vibratsii i udarov / Pod red. K. V. Frolova. 1981. – S. 129-141. [Vibrations in Engineering: A Handbook. In 6 volumes / Ed. advice: V.N. Chelomey (previous). - M.: Machine building, 1981. - T. 6. Protection from vibration and shock / Ed. K. V. Frolov. 1981. - S. 129-141].
- [9] Malinetskiy G.G., Potapov A.B. Sovremennyye problemy nelineynoy mekhaniki. – M.: Editorial URSS, 2000. – 336 s. [Modern problems of nonlinear mechanics. - M.: Editorial URSS, 2000.- 336 p].