

ДИНАМИКА И ВИБРОАКУСТИКА

Том 4, № 3 (2018)

noise
optimization acoustics
robotics control systems
pneumatics fluid power
hydraulics vehicles efficiency
transmissions mechatronics
pulsation automation vibration
CAD/CAE aerospace
modeling

published by
Samara University

<http://journals.ssau.ru/index.php/dynvibro/index>

Главный редактор

Шахматов Е.В. - д.т.н., профессор, Самарский университет (г. Самара, РФ).

Заместители главного редактора:

Ермаков А.И. - д.т.н., профессор, Самарский университет (г. Самара, РФ);

Хейкки Х. - профессор, руководитель лаборатории интеллектуальных машин, Технологический университет г. Лаппеенранта (г. Лаппеенранта, Финляндия).

Технический редактор

Гафуров С.А. - к.т.н., доцент, Самарский университет (г. Самара, РФ).

Ответственный секретарь

Мухаметзянова М.А. – старший лаборант, Самарский университет (г. Самара, РФ).

Российские члены редакционного совета:

Гимадиев А. Г. - д.т.н., профессор, Самарский университет (г. Самара, РФ);

Белоусов А.И. - д.т.н., профессор, Самарский университет (г. Самара, РФ);

Балакин В.Л. - д.т.н., профессор, Самарский университет (г. Самара, РФ);

Кныш Ю.А. - д.т.н., профессор, Самарский университет (г. Самара, РФ);

Хаймович А.И. - д.т.н., доцент, Самарский университет (г. Самара, РФ);

Паровой Ф.В. - к.т.н., доцент, Самарский университет (г. Самара, РФ);

Матвеев С.Г. - к.т.н., доцент, Самарский университет (г. Самара, РФ);

Макарьянц Г.М. - д.т.н., профессор, Самарский университет (г. Самара, РФ);

Завершинский И.П. - д.ф-м.н., профессор, Самарский университет (г. Самара, РФ);

Иголкин А.А. - д.т.н., доцент, Самарский университет (г. Самара, РФ);

Крючков А.Н. - д.т.н., профессор, Самарский университет (г. Самара, РФ);

Прокофьев А.Б. - д.т.н., доцент, Самарский университет (г. Самара, РФ);

Свербилов В.Я. - к.т.н., доцент, Самарский университет (г. Самара, РФ);

Берестовицкий Э.Г. - д.т.н., профессор, главный акустик НПО «Аврора» (г. Санкт-Петербург, РФ);

Майзель А.Б. - д.т.н., профессор, Санкт-Петербургский государственный университет кино и телевидения (г. Санкт-Петербург, РФ);

Фесина М.И. - к.т.н., профессор, ТГУ (г. Тольятти, РФ).

Иностранные члены редакционного совета:

Вакка А. - доцент, исследовательский центр гидравлических систем университета Пурдью (г. Вест-Лафайетт, штат Индиана, США);

Джонстон Д.Н. - профессор, университет г. Бат (Великобритания);

Круз П. - профессор, руководитель отдела пневмогидравлических и мехатронных систем, университет г. Линчёпинг (Швеция);

Линияма М. - профессор технологического университета г. Тампере (Финляндия);

Мюренхоф Х. - профессор, Рейнско-Вестфальский технический университет г. Ахен (Германия);

Рафиков М. - профессор, федеральный университет АВС (г. Сан-Паоло, Бразилия);

Стелсон К. - профессор, университет Миннесоты (США);

Стричек Я. - профессор, Вроцлавский технологический университет (г. Вроцлав, Польша);

Шайдл Р. - профессор, университет Йохана Кеплера г. Линц (Австрия).

Editor-in-Chief

E.V. Shakhmatov - D.Eng.Sc., prof. (Samara University, Samara, Russian Federation).

Deputy Editors-in-Chief:

A.I. Ermakov - *D.Eng.Sc, prof. (Samara University, Samara, Russian Federation);*

H. Handroos - *prof., Head of the laboratory of smart machines, Lappeenranta University of Technology (Lappeenranta, Finland).*

Technical Editor

S.A. Gafurov - *Can.Eng.Sc. (Samara University, Samara, Russian Federation).*

Executive Editor

M.A. Mukhametzyanova - *senior laboratory technician (Samara University, Samara, Russian Federation).*

Editorial office Russian members:

A.G. Gimadiev - *D.Eng.Sc., prof. (Samara University, Samara, Russian Federation);*

A.I. Belousov - *D.Eng.Sc., prof. (Samara University, Samara, Russian Federation);*

V.L. Balakin - *D.Eng.Sc., prof. (Samara University, Samara, Russian Federation);*

Yu.A. Knysh - *D.Eng.Sc., prof. (Samara University, Samara, Russian Federation);*

A.I. Khaimovich - *D.Eng.Sc., associate professor (Samara University, Samara, Russian Federation);*

F.V. Parovay - *Can.Eng.Sc., associate professor (Samara University, Samara, Russian Federation);*

S.G. Matveev - *Can.Eng.Sc., associate professor (Samara University, Samara, Russian Federation);*

E.G. Berestovitsky - *D.Eng.Sc., prof., Aurora Scientific and Production Association JSC chief acoustician (St. Petersburg, Russian Federation);*

I.P. Zavershinsky - *Dr. Phys.- Math.Sci., prof. (Samara University, Samara, Russian Federation);*

A.A. Igolkin - *D.Eng.Sc., associate professor (Samara University, Samara, Russian Federation);*

A.N. Kryuchkov - *D.Eng.Sc., prof. (Samara University, Samara, Russian Federation);*

G.M. Makaryants - *D.Eng.Sc., associate professor (Samara University, Samara, Russian Federation);*

A.B. Prokofyev - *D.Eng.Sc., associate professor (Samara University, Samara, Russian Federation);*

V.Ya. Sverbilov - *Can.Eng.Sc., associate professor (Samara University, Samara, Russian Federation);*

A.B. Meisel - *Eng.Sc., prof. (St.Petersburg State University of Film and Television, St. Petersburg, Russian Federation);*

M.I. Fesina - *Can.Eng.Sc., prof. (TSU, Tolyatti, Russian Federation).*

Editorial office foreign members:

A.Vacca - *associate professor (Purdue University, West Lafayette, Indiana, USA);*

D.N. Johnston - *professor (University of Bath, Bath, United Kingdom);*

P.Cruz - *professor, head of the pneumatic and hydraulic mechatronic systems department (Linköping University, Linköping, Sweden);*

M. Linivama - *professor (Tampere University of Technology, Tampere, Finland);*

H. Myurenhof - *professor (RWTH Aachen University, Aachen, Germany);*

M. Rafikov - *professor (Universidade Federal do ABC (UFABC), Sao Paulo, Brazil);*

Ya. Strichek - *professor (The University of Wrocław (UWr), Wrocław, Poland);*

K. Stelson - *professor (University of Minnesota, Minneapolis and St. Paul, Minnesota, United States).*

R. Shaydl - *professor (Johannes Kepler University, Linz, Austria).*

ЦЕЛИ И ТЕМАТИКИ ЖУРНАЛА

Журнал «Динамика и виброакустика» публикует теоретические и прикладные оригинальные научно-исследовательские работы в области, обусловленной названием журнала, а также в областях, смежных с ним. Все работы проходят предварительное рецензирование.

Целью журнала является стимулирование дискуссий, формирование научно-информационной среды и распространение идей в области динамики и виброакустики различных систем.

Тематика работ, публикуемых в нашем журнале, посвящена:

- **системам управления:** адаптивному и оптимальному управлению; автоматизированному управлению; энергетическим системам и управлению ими; гидравлическим системам управления; интеллектуальному управлению; управлению движением;

- **вибрации:** вибрации систем с постоянными и дискретными параметрами; линейным и нелинейным вибрациям; модальному анализу; динамике конструкций; подавлению вибрации; пассивным и активным методам демпфирования;

- **акустике:** акустической эмиссии; борьбе с шумом и пульсациями рабочей среды;

- **пульсациям давления:** вопросам взаимодействия рабочей среды и твёрдых границ; течениям, вызывающих повышенный уровень шума и вибрации; течению в каналах и трубах; течению в биологических системах; струям; мультифазному течению; гидродинамике надводных и подводных аппаратов; турбулентности и волнам; динамике;

- **динамике машин:** поведению систем; долговечности; надёжности; процессам проектирования и изготовления; мехатронным системам; энергетическим установкам; робототехническим системам; транспортным средствам.

PURPOSES AND SCOPE

The Journal of Dynamics and Vibroacoustics publishes peer-reviewed theoretical and applied original scholarly articles, Research Papers, Technical Briefs, and feature articles in the traditional areas implied by its name, as well as papers in interdisciplinary areas.

The purpose of our journal is to disseminate information in dynamics and vibroacoustics of interest to researchers and designers in engineering, medicine, computer science, chemistry and others. The majority of papers present original analytical, numerical or experimental results and physical interpretation of lasting scientific value. Other papers are devoted to the review of recent contributions to a topic, or the description of the methodology and/or the physical significance of an area that has recently matured.

Area of interests include but is not limited to:

- **control systems:** adaptive and optimal control; computer control; distributed parameter systems and control; energy systems and control; fluid control systems; intelligent control; motion controls;

- **vibration:** vibration of continuous and lumped parameter systems; linear and non-linear vibrations; modal analysis; structural dynamics; vibration suppression and isolation; passive and active damping;

- **acoustics:** acoustic emission; noise control; structural acoustics;

- **pressure pulsation:** fluid-structure interaction; flow induced noise and vibration; bubbly flows; cavitations; compressible flows; duct and pipe flows; flows in biological systems; fluid-structure interaction; jets; multiphase flows; naval hydrodynamics; turbulence and wakes; instrumentation and components;

- **dynamics:** machinery dynamics; rotor dynamics; combined and coupled behavior; durability; reliability; system design and manufacturing; optimization; manufacturing technology; mechatronics; power systems; production systems; robotics, transportation systems.

СОДЕРЖАНИЕ

ВЛИЯНИЕ РАЗЛИЧНЫХ КОНСТРУКТИВНЫХ ФАКТОРОВ НА ВИБРОАКУСТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЭЛЕКТРОГИДРАВЛИЧЕСКИХ ПРИБОРОВ	
<i>Э. Г. Берестовицкий, Ю. А. Гладилин, М. В. Соловьёв</i>	6
НЕУСТОЙЧИВОСТЬ И АВТОКОЛЕБАНИЯ В ГИДРАВЛИЧЕСКИХ СЛЕДЯЩИХ ПРИВОДАХ	
<i>Р. А. Сунарчин, М. А. Машков, А. В. Матросов</i>	16
ГОЛОГРАФИЧЕСКАЯ ИНТЕРФЕРОМЕТРИЯ И РОТОР СТАТОРНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ПРИ АНАЛИЗЕ КОЛЕБАНИЙ РАБОЧИХ КОЛЁС ТУРБОМАШИН	
<i>В. Г. Селезнёв, И. Ю. Головченко</i>	26
ВИБРОУСТОЙЧИВОСТЬ АВТОМАТА ОСЕВОЙ РАЗГРУЗКИ ТНА	
<i>Гулиенко А.И.</i>	31
УПРАВЛЕНИЕ ПРОЦЕССОМ КОЛЕБАНИЙ ВИБРОЗАЩИТНЫХ СИСТЕМ С ДИНАМИЧЕСКИМ ГАСИТЕЛЕМ	
<i>В. И. Чернышев, О. В. Фоминова</i>	42

**ВЛИЯНИЕ РАЗЛИЧНЫХ КОНСТРУКТИВНЫХ ФАКТОРОВ НА
ВИБРОАКУСТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ
ЭЛЕКТРОГИДРАВЛИЧЕСКИХ ПРИБОРОВ****Э.Г. Берестовицкий,
Ю.А. Гладиллин,
М.В. Соловьев**АО «Концерн «НПО «Аврора»
Карбышева, 15,
г. Санкт-Петербург,
Российская Федерация,
196024
mail@avrorasystems.com
http://www.avrorasystems.com

Одной из актуальных тем в области создания гидравлических систем энергетических установок является снижение уровней гидродинамического шума и вибраций. При этом современные решения должны отвечать требованиям компактности, а наличие элементов в схемах регулирования должно сводиться к минимуму. Шумы дозвуковых турбулентных струй, образующихся в дросселирующих элементах, являются широкополосными источниками акустического шума электрогидравлических приборов. В силу этого большое и разностороннее внимание исследователей обращено как к методам прогнозирования шума струи, так и к методам и средствам его снижения.

Авторами рассматривается снижение шума механизмов и устройств, поставляемых на корабли и суда, что также является исключительно актуальной задачей, стоящей перед разработчиками, так как требования к этим системам постоянно растут.

В статье описаны регулирующие органы управляющих электрогидравлических приборов систем подачи питательной воды энергетических установок. Проведен обзор использования сетчатых экранов в проточных частях приборов, отвечающих современным и перспективным требованиям. Представлены механизмы, за счет которых выполняется снижения шума и их реализация.

Сделано заключение о применении методов по снижению уровня ГДШ данными конструкциями и даны рекомендации по дальнейшему совершенствованию проточных частей для соответствия уровню современных и перспективных требований по шуму и вибрации.

Ключевые слова: Вибрация; арматура; гидродинамический шум; питательные клапаны; сетчатые экраны; малошумное оборудование; многоступенчатые регулирующие органы

1 Введение

Постоянно повышающиеся требования к снижению уровня вибрации кораблей и судов определяют актуальность работ по совершенствованию регулирующих органов систем управления (СУ)

Разработка регулирующих органов для СУ, отвечающих современным требованиям по виброшумовым характеристикам (ВШХ) и гидродинамическому шуму (ГДШ) и перспективным требованиям, является достаточно сложной задачей.

В настоящее время регулирующие органы СУ расходом питательной воды в парогенератор энергетических установок на современных изделиях удовлетворяют требованиям нормативных документов по

ВШХ 1980-х годов. Однако в системах нового поколения требования по ВШХ значительно повышены.

Для решения этой задачи был проведен ряд исследований по разработке проточных частей подобных регулирующих органов. Полученные в результате этих работ проточные части позволяют обеспечить выполнение современных требований практически без запаса и с применением в системе глушителей гидродинамического шума (ГГШ) диссипативного типа, разработанных совместно с Институтом акустики машин (ИАМ, г. Самара). Их применение существенно увеличивает массогабаритные характеристики системы и ее стоимость. Разработанные конструкции ГГШ применены в СУ с питательным и

дроссельным клапанами с управлением по положению. ГГШ эффективны в области высоких частот ГДШ.

Для СУ с одним питательным клапаном и управлением от расходомера, делается попытка решить задачу создания регулирующих органов, способных без дополнительных устройств в схеме регулирования выполнить перспективные требования по ГДШ и ВШХ.

2 Рекомендации по применению встроенных в регулирующие органы элементов

Основными источниками ГДШ являются пульсации турбулентного потока и кавитация [1].

После прохождения потока через седло клапана на выходе из каналов круглого или прямоугольного сечения образуются струи с максимальной скоростью течения.

Существует два способа снижения шума в регулирующих системах:

1. Снижение шума в самом источнике (клапане);
2. Предотвращение распространения шума.

В самом клапане звуковая мощность связана с потерями давления. Потери давления определяют звуковую мощность, образующейся при прохождении потока среды через клапан. В большинстве регулирующих органов потери давления являются заданной величиной.

Качество проектирования проточной части и регулирующего органа определяет процентное соотношение звуковой мощности от мощности потерь потока регулируемой среды.

Одним из эффективных методов снижения звуковой мощности является разбиение потока [2]. Применение элементов шумогашения позволяет управлять спектром звуковой мощности.

Следующим шагом является диссипация полученной энергии звуковой мощности.

Таким образом, для снижения шума в источнике необходимо обеспечить:

- снижение потерь давления;
- разбиение потока;
- диссипацию энергии.

Предотвращение распространения энергии шума обычно выполняется с помощью ГГШ, устанавливаемых до и после источника.

Снижение перепадов давления на регулирующем органе часто связано с изменением скорости дросселируемой среды. В свою очередь скорость потока и шум связаны таким образом, что при незначительном уменьшении скорости, получаем высокое снижение шума.

Разделение потока подразумевает, что вместо одного отверстия, через которое происходит истечение, путем установки перфорированного стакана, получаем много мелких отверстий, которые замедляют поток, разделяя его на мелкие струйки. Увеличению количества отверстий в два раза соответствует снижение уровня шума на 3 дБ [3].

Многоступенчатость регулирующего органа также является частным случаем разбиения потока. В данной работе было выбрано две ступени дросселирования в силу мощности потока среды и конструктивных ограничений.

В общем случае из уравнения Лайтхилла [4-6] выражение для мощности звука, излучаемого объемом струи:

$$dW = k_1 \frac{\rho^2 u^4}{\rho_0 a_0^5} \left(\frac{\partial u}{\partial y} \right)^4 l^3 y dx dy, \quad (1)$$

где ρ и u' - плотность и пульсационная скорость потока; f - характерная частота излучаемого звука; l - характерный линейный масштаб; ρ_0 и a_0 - плотность и скорость звука в невозмущенной среде, куда происходит истечение струи.

На рисунке 1 показана схема для определения звуковой мощности, которая создается элементарным цилиндрическим объемом. Расчеты спектральной звуковой мощности выполняют по формуле (1).

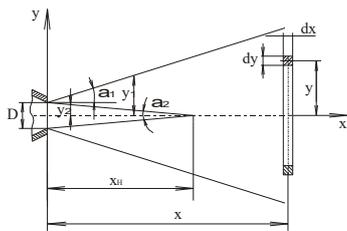


Рисунок 1. Схема для определения звуковой мощности, создаваемой цилиндрическим объемом [4]

Существенного изменения характеристик шума струи можно добиться при установке вблизи среза сопла оси сетчатого экрана (СЭ), ориентированного нормально к оси потока.

СЭ, расположенный в струе нормально к оси потока, разделяет зону смешения на два участка, в каждом из которых справедливы закономерности, характерные для свободной струи [3].

СЭ позволяют управлять спектром звуковой мощности струи. Определяющими факторами при использовании СЭ являются [4]:

- рациональный подбор местоположения экрана в струе;
- режим истечения;
- относительное живое сечение.

Снижение уровня звуковой мощности обусловлено тем, что отверстия меньшего диаметра смещают частотный спектр шума в область высоких частот [7–8]. Более высокие частоты ослабляются стенками трубы больше, чем низкие.

Суммарную звуковую мощность струи при введении СЭ в проточную часть можно определить как [4]:

$$W = W_1 + W_2 + W_3 \quad (2)$$

где W_1 - звуковая мощность участка струи от среза сопла до экрана; W_2 - звуковая мощность участка струи, образующегося за экраном; W_3 - обтекание остова экрана турбулентным потоком.

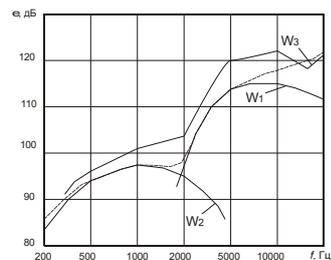


Рисунок 2. Сравнение расчетных и экспериментальных данных по определению звуковой мощности при использовании сетчатых экранов [4]

Отметим, что влияние взаимного расположения струй друг относительно друга на общий уровень гидродинамического шума может быть значительным [9] (рис. 3).

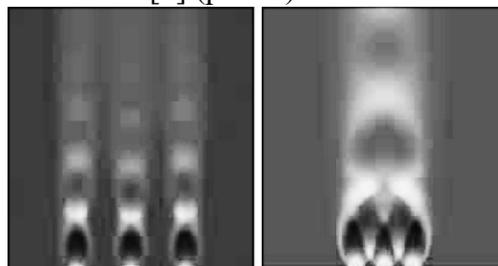


Рисунок 3. Влияние взаимного расположения струй [9]

Поэтому при проектировании необходимо учитывать такой параметр как распределение площади дросселирования по эффективной поверхности затвора. В случае клапанов с затворами клеткового типа целесообразно распределять площадь в виде цилиндрических отверстий, так как в этом случае мы получаем управляемый спектр в силу хорошей изученности турбулентных струй, являющихся широкополосным источником шума.

Существуют и другие воздействия на турбулентные струи, например акустическое [10-11]. В силу трудной реализуемости на данный момент в рассматриваемых нами проточных частях другие воздействия не применялись.

Целесообразно при проектировании использовать методы вычислительной гидродинамики [12-15], которые позволят получать более полную картину распределения параметров физических полей потока в регулирующем органе.

Математическое моделирование целесообразно осуществлять в полноразмерной постановке задачи, что позволит учесть все факторы определяющие акустическое совершенство регулирующего органа.

Применение СЭ на входе первой ступени является постепенной подготовкой потока перед входом на участок дросселирования и, как будет показано ниже, улучшает показатели ГДШ. Отметим, что в большинстве работ рассматривается применение СЭ на выходе из участка дросселирования [16-19].

3 Описание конструкции

Для выполнения макета нами был выбран вариант схема которого показана на рис. 4, (а), который имеет две ступени дросселирования и СЭ на первой ступени. 3D- модель показана рис. 4, (б).

Варианты сборок проточных частей показаны на рис. 5 –9.

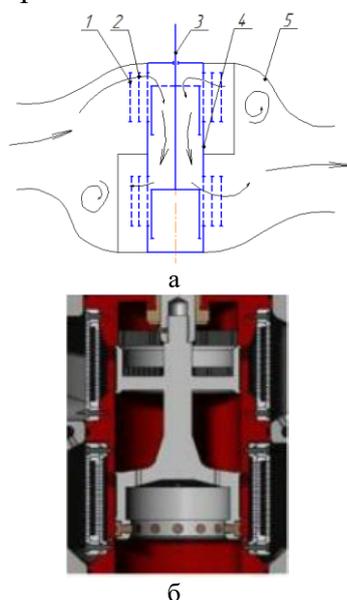


Рисунок 4. Двухступенчатая проточная часть
а – схема, б - 3D-модель

1 – внешний СЭ; 2 – внутренний СЭ; 3 – поршень;
4 – гильза; 5 - корпус

На рис. 5 показана гильза клапана с проточной частью без СЭ. Клапан имеет две ступени дросселирования.

Первая ступень при входе в гильзу на верху, вторая на выходе (изнутри) вниз.

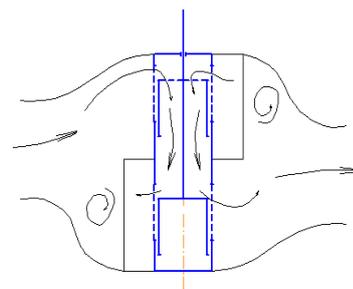


Рисунок 5. Двухступенчатая гильза без сетчатых экранов

На рис. 6 показана та же самая проточная часть, но на второй ступени установлен внутренний сетчатый экран – первый при выходе потока из второй ступени в гильзе.

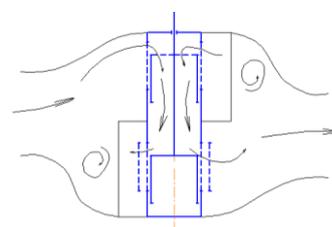


Рисунок 6. Двухступенчатая гильза с внутренним СЭ

На рис. 7, (а) показана двухступенчатая проточная часть с внешними СЭ на первой ступени.

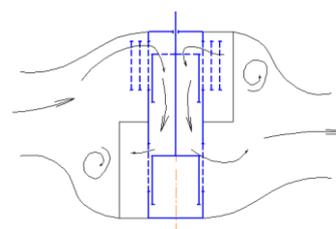


Рисунок 7. Двухступенчатая гильза с внешними СЭ

На рис. 8, (а) показана одноступенчатая конструкция.

На рис. 8, (б) показаны макеты двухступенчатой и одноступенчатой проточных частей с полным комплектом сетчатых экранов: на верхней и нижней ступенях дросселирования. В проточной части с одной ступенью также как и с двумя происходило варьирование СЭ на второй ступени дросселирования.

Визуально по рис. 8, (б) можно определить отличия двух гильз клапанов одно- и двухступенчатой проточных частей. Как будет показано далее, необходимо совместить лучшие характеристики конструкции этих конструктивов в дальнейших разработках.

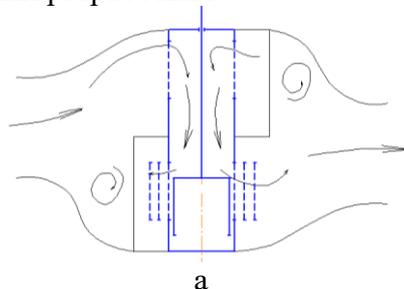


Рисунок 8. Проточные части
а – схема одноступенчатой проточной части; б – макеты проточных частей двухступенчатого (слева) и одноступенчатого (справа) приборов

Основные отличия двух проточных частей:

- одноступенчатый дроссель имеет больший размер, что обеспечивает меньшие скорости течения;

- СЭ в одноступенчатой конструкции и входная часть в гильзе имеют большее количество сверлений, чем в двухступенчатой, что способствует уменьшению срабатываемого перепада за счет более эффективного использования имеющейся площади. Также, благодаря этому, скорости потока снижаются, что положительным образом отражается на ГДШ;

- проточная часть двухступенчатого дросселя, за счет нескольких ступеней, обеспечивает срабатывание меньших перепадов на первой и второй ступенях, что снижает вероятность возникновения кавитации. При этом общая звуковая

мощность, излучаемая на каждой ступени, должна быть меньше и отличаться по спектру от той же мощности при дросселировании на одной ступени;

- конструкция штока одноступенчатой проточной части не участвует в генерации шума в проточной части.

Конструкция штока двухступенчатого дросселя при движении потока с первой на вторую ступень разбивает поток на несколько частей, что является положительным моментом.

Проводились испытания двухступенчатой проточной части с СЭ на основе резины с различной степенью перфорации, а также без нее.

СЭ в сборе с перфорированной резиной показана на рис. 9. Перфорированная резина в СЭ устанавливается напротив выхода из зоны с максимальными требованиями по ГДШ. Предполагалось, что отверстия в резине будут гасить струю и выполнять роль резонатора, а также рассеивать акустическую мощность выходящего потока.



Рисунок 9. СЭ в сборе с перфорированной резиной

Набор изготовленной для испытаний перфорированной резины показан на рисунке 10. Материал перфорированной резины: пластина 1-250×250×5-1136 ОСТ В38.0525.

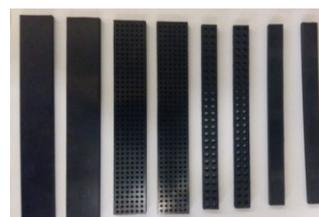


Рисунок 10. Набор перфорированной резины

Перфорированная резина в СЭ устанавливается напротив выхода из зоны с наибольшей интенсивностью потока. Предполагалось, что отверстия в резине будут гасить струю и выполнять роль звукопоглотителя, а также рассеивать акустическую мощность выходящего потока.

4 Условия проведения испытаний

Двухступенчатая и одноступенчатая конструкции испытывались на стенде с различными вариантами СЭ. В сборке не использовались ГГШ.

Целью данного цикла испытаний было определение возможности получения характеристик ГДШ, соответствующих современным требованиям, без использования ГГШ за счет подбора количества и расположения СЭ в проточной части, а также выбора их параметров.

Макеты поочередно монтировались на гидравлическом стенде и проверялись по методикам МКШС-81 и МКГШО-96К с помощью оборудования компании ООО «Электронные технологии и метрологические системы» (Zetlab). Подробное описание оборудования, точности измерений и методик [20, 21] приводится на сайте компании Zetlab.

Основной объем испытаний составили исследования двухступенчатой конструкции.

При испытаниях макетов уровень расхода и давления не превышал $Q = 25 \text{ м}^3/\text{ч}$ и

$$p = 0,2 - 0,7 \text{ МПа соответственно.}$$

5 Результаты испытаний

На рис. 11 приводится диаграмма сравнения характеристик ГДШ различных вариантов сборки проточных частей. Обозначение на рисунках 11 и 12 двухступенчатого и одноступенчатого клапана ДС и ОС соответственно.

Из рисунка видно, что лучшие показатели ГДШ при установке двух СЭ в одно- и двухступенчатой гильзах. Из анализа рис. 11 следует, что сборка с одной ступенью с

двумя СЭ удовлетворяет требованиям по ГДШ до частоты 1250 Гц на выходе и до частоты 630 Гц на входе в прибор. Сборка двухступенчатой проточной части с СЭ удовлетворяет требованиям только с частоты 2500 Гц на выходе и с 4000 Гц на входе. На спектрограммах видно, что наличие внутреннего СЭ в двухступенчатой проточной части даже несколько ухудшает ГДШ.

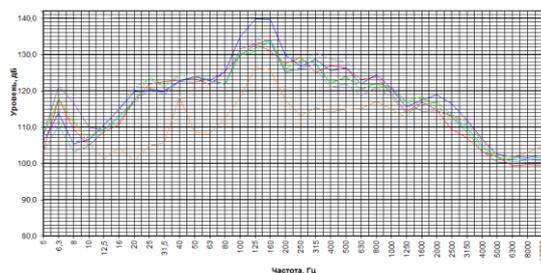


Рисунок 11. Характеристика двухступенчатого и одноступенчатого приборов DN 100 без ГГШ с СЭ

- ДС, 1 СЭ на первой ступени, 2 СЭ на второй
- ДС, 2 СЭ на первой ступени, 2 СЭ на второй
- ДС, без СЭ на первой ступени и на второй
- ДС, без СЭ на первой ступени и 1 СЭ на второй
- ДС, без СЭ на первой ступени и 2 СЭ на второй
- ДС, 2 СЭ на первой ступени и без СЭ на второй
- ОС, 2 СЭ

На рисунке 12 приведены наиболее соответствующие современным и перспективным требованиям ГДШ характеристики различных вариантов проточных частей на выходе.

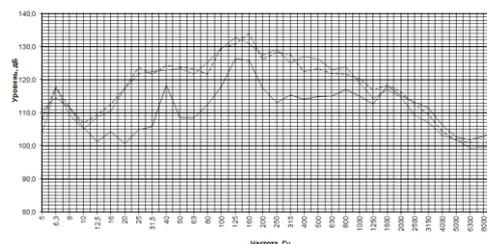


Рисунок 12. Сравнение сборок с варьированием сетчатых экранов

- ДС, на первой ступени 1 СЭ и 2 СЭ на второй
- ДС, на первой ступени 2 СЭ и 2СЭ на второй
- ОС, 2 СЭ

Как для сборки с одной ступенью, так и двумя, уровень ГДШ на входе выше, чем на выходе, т. е. имеет место отраженная волна,

которая для случая двухступенчатого дросселя не удовлетворяет требованиям, начиная со 100 Гц.

ГДШ высокочастотной области лучше у сборки с двумя ступенями, т. к. она имеет две ступени дросселирования и перепад на второй ступени порядка 2 кгс/см^2 .

Введение СЭ на первой ступени дросселирования двухступенчатой проточной части позволяет получать результаты удовлетворяющие требованиям ВШХ-90 по ГДШ с минимальным запасом на высоких частотах.

Повысить запас по ГДШ высоких частотах можно с помощью применения ГГШ, наибольшая эффективность которых наблюдается на высоких частотах.

Испытания показали, что применение СЭ с перфорированной резиной, имеющегося конструктива, не вносит существенных изменений в «акустический портрет» прибора, кроме того они усложняют изготовление прибора и не являются высоконадежными.

Поэтому принято решение в дальнейшем перфорированную резину в СЭ не использовать.

Результаты проведенных работ приведены в таблице 1.

Таблица 1 - Результаты проведенных работ

№	Тип сборки	Наличие пиков, Гц/дБ	Макс. уровень превышения, дБ.	Преобладают НЧ, СЧ, ВЧ
1	Двухступенчатый дроссель DN 100 без СЭ	100/148	+ 18	СЧ, ВЧ
2	Двухступенчатый дроссель DN 100 с варьированием СЭ на 1 и 2 ступенях	180/ 135	+ 8	СЧ, ВЧ
		160/138	+ 12	СЧ, ВЧ
		100/138	+ 8	СЧ, ВЧ
		100/136	+8	СЧ, ВЧ
		112,5/ 132	+ 5	СЧ

		160/143	+ 15	СЧ
3	Одноступенчатый дроссель DN 100 без СЭ	125/144	+ 14	СЧ, ВЧ
4	Одноступенчатый дроссель DN 100 с варьированием СЭ на 2 ст.	125/134	+ 7	ВЧ
		-	+ 6	ВЧ
Примечание – низкие частоты (НЧ), средние частоты (СЧ), высокие частоты (ВЧ).				

6 Заключение

Полученные результаты целесообразно использовать при проектировании исполнительных механизмов систем управления и различных регулирующих устройств, поставляемых на корабли и суда, а также распространены на гидравлические системы к которым предъявляются требования по уровням ВШХ, ГДШ и компактности оборудования.

В результате проведенных работ впервые разработана многоступенчатая конструкция на большие уровни расходов и перепадов давления, а также применены элементы шумогашения на входе первой ступени дросселирования. Эффективность конструкции подтверждена приведенными результатами экспериментов.

Наличие двух ступеней дросселирования позволяет получать снижение уровня ГДШ на средних частотах без роста на высоких. Также, двухступенчатая конструкция имеет значительный запас по ГДШ на низких частотах. На высоких частотах запас по ГДШ совсем незначительный в силу специфики применения сетчатых экранов в проточной части.

Для дальнейшего улучшения характеристик ГДШ данной конструкции возможны следующие решения:

- необходимо обеспечить плавное изменение параметров среды изменив

конструкцию гильзы и произведя профилирование корпуса;

- на выходе из второй ступени в проточной части прибора установить дополнительные элементы шумогашения;

- определить наилучшие параметры сетчатых экранов и мест их установки на основе математического моделирования;

- изменить конструкцию плунжера с целью снижения вносимой составляющей в общий уровень ГДШ.

Список использованных источников

[1] Снижение вибрации и шума гидравлических приборов систем управления техническими средствами / Э. Г. Берестовицкий, Ю. А. Гладилин, В. И. Голованов, И. А. Сарафанов [под редакцией Войтецкого В.В.]. – СПб.: Астерион, 2008. – 316 с.

[2] Благоев Э. Е. Дроссельно-регулирующая арматура ТЭС и АЭС / Э. Е. Благоев, Б. Я. Ивницкий. - М.: Энергоатомиздат, 1990. - 288 с.

[3] Берестовицкий Э. Г. Математическое моделирование проточных частей органов регулирования САУ ТС с целью определения конструкции оптимальной по уровню возбуждаемого гидродинамического шума / Э. Г. Берестовицкий, А. Н. Крючков, П. И. Кизилов, Н. В. Пялов // Системы управления и обработки информации: научн.-техн. сб. ОАО «Концерн «НПО «Аврора». СПб., 2015. - Вып. 30. - С. 76-81.

[4] Мунин А. Г. Звуковая мощность, создаваемая участками дозвуковой струи / А. Г. Мунин, З. Н. Науменко // Ученые записки ЦАГИ. - 1970. - № 5. - Т. 1. - С. 29 - 38.

[5] Lighthill M. J. On sound generated aerodynamically: I. General theory / M. J. Lighthill // Proceedings of the Royal Society of London. – 1952. – Vol. 211 – P. 564-587.

[6] Baumann, H.D. A method for predicting aerodynamic valve noise based on modified free jet noise theories / H. D. Baumann // ASME Paper 87 – WA/NCA-7, 28, December, 1987.

[7] Биркгоф Г. Струи, следы и каверны / Г. Биркгоф, Э. Сарантонелло. - М.: Мир., 1964. – 467 с.

[8] Гуревич М. И. Теория струй идеальной жидкости / М. И. Гуревич. - М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1979. – 713 с.

[9] Бесшумная работа. Решения Fisher для устранения шумов [Электронный ресурс]. URL: <http://www.fishvalve.nt-rt.ru> (дата обращения: 15.03.2017).

[10] Ginevsky A. S. Acoustic control of turbulent jets / A. S. Ginevsky, Y. V. Vlasov, R. K. Karavosov // Springer, 2004. - 235 p. DOI: 10.1007/978-3-540-39914-8.

[11] Jeonglae, K. (2012), “Adjoint-based control of turbulent jet noise”, Ph.D. Thesis, University of Illinois at Urbana-Champaign, Urbana, U.S.

[12] Karabasov S. A. Understanding jet noise / S. A. Karabasov // Phil. Trans. R. Soc. A. – 2010. – Vol. 368. – Issue 1924. – P. 3593-3608, DOI: 10/1098/rsta.2010.0086.

[13] Afsar, M. Z. Jet noise modelling using an acoustic analogy / M. Z. Afsar, S. A. Karabasov, T. P. Hynes, A. P. Dowling, E. Blanco // West-East High Speed Flow Field Conference, Moscow, Russia, 2007.

[14] Papamoschou D. Modeling of noise reduction for turbulent jets with induced asymmetry / D. Papamoschou, S. Rostamimonjezi, // AIAA-2012-2158, 18th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, Colorado Springs, CO, June 2012.

[15] Solomon, Brad K. Methods for identifying acoustic emission from the front face of a small piezoelectric blower, Ph.D, Brigham Young University., 2012.

[16] Wei, L. Numerical simulation of flow-induced noise in high pressure reducing valve / L. Wei, G. Zhu, J. Qian, Y. Fei, Z. Jin, // PLoS ONE. – 2015. - Vol. 10. – Issue 6 (e0129050). DOI: 10.1377/journal.pone.0129050.

[17] Jenvey P. L. Gas pressure reducing valve noise / P. L. Jenvey // Journal of Sound and Vibration. – 1975. – Vol. 41. – Issue 4. - P. 506-509.

[18] Amini A. A practical solution to the problem of noise and vibration in a pressure-reducing valve / A. Amini, I. Owen // Experimental thermal and fluid science. – 1995. - № 10. - P. 136-141.

[19] Vincent P. Noise reduction of a turbobfan bleed valve / P. Vincent, T. N. Shervin, L. Feng, D. Papamoschou, // AIAA 2012-0681, 50th AIAA/CEAS Aerospace Sciences Meeting, Nashville, Tennessee, January 2012.

[20] Методика контроля гидродинамического шума судового оборудования (МКГШО-96К). ЦНИИ им. Акад. А.Н. Крылова, – СПб. - 2005. - Вып. 42441.

[21] Методика контроля и нормирования виброшумовых характеристик судовых машин, оборудования и арматуры на заводских стендах (МКШС-81). № С-13/0807, ЦНИИ им. Акад. А.Н. Крылова. – Л., 1985.

VARIOUS FLOW CHANNEL CONSTRUCTIVE ELEMENTS EFFECT ON VIBROACOUSTIC CHARACTERISTICS OF ELECTROHYDRAULIC CONTROL DEVICES

In this article author discuss investigation of control valve flow channel with regulating element equipped with meshed screens set on it. The issue provides engineers and scientist with the results of a series of experiments without using of flow noise muffler at the control system scheme.

The main idea is to obtain technical information on how to exclude the flow noise muffler from the control system's scheme. Such kind of knowledge is considered to be necessary for the following application in the feed water flow control systems meeting modern and next generation requirements of regulatory documents on vibration and flow noise characteristics.

It is discussed the research of the feed water control valve at the test bench mostly. There were designed a several types of scheme for flow channel construction with different meshed screens and they arrangements into it, flow restriction circuits, cartridge constructions etc. It was chosen the two-step pressure reducing scheme of flow channel after the theoretical analysis, which then was produced and fitted with meshed screens at both steps.

It is said in the article that the results of discovery bring out the useless of perforated rubber elements implementation into the flow channel construction. They do not make any effect on the acoustic field of control valve. Besides, application of elastic elements makes difficulties for the manufacturing of flow channel and considered as low reliable.

The issue provides reader with the information on flow noise level and its excess over the established level by the control valve under study. It is shown how to refine the flow channel construction with regulating element up to the modern and next generation requirements. Also, the proposal of how to exclude flow noise muffler from the schemes of control systems are listed.

Key words: *Vibration; valves; hydrodynamic noise; feed water regulators; low-noise equipment; multistage throttle; meshed screen*

**Erlen G. Berestovitskiy,
Yuri A. Gladilin,
Michael V. Solovyev**

Concern Avrora Scientific and
Production Association JSC
15, Karbysheva,
St.Petersburg, Russia Federation
196024
mail@avrorasystems.com,
http://www.avrorasystems.com

References

- [1] Berestovitskiy, E.G., Gladilin, Y.A., Golovanov, V.I. and Sarafanov I.A. (2008), *Snizhenie vibratsiy i shuma gidravlicheskih priborov sistem upravleniya tehniceskimi sredstvami* [Reduction of vibration and noise in technique control systems hydraulic devices], *Asterion, SPb, Russia*, 316 p.
- [2] Blagov, E.E. and Ivnitkiy, B.J. (1990), *Drosselno-reguliruyushaya armatura TES i AES* [Throttle and control valves fossil and nuclear power plants.], *Energoatomizdat, Moscow, Russia*, 288 p.
- [3] Berestovitskiy, E.G., Kryuchkov, A.N., Kizilov, P.I. and Pyalov, N.V. (2015), “Matematicheskoe modelirovanie protochnykh chastej organov regulirovaniya SAU TS s tsel'yu opredeleniya konstruktssii optimal'noj po urovnyu vzbuzhdaemogo gidrodinamicheskogo shuma”, *Sistemy upravleniya i obrabotki informatsii: nauchn.-tekhn. sb.* [Control and information processing systems], *AO «Kontsern «NPO «Avrora», SPb, Russia*, no. 30, pp. 76-81.
- [4] Munin, A.G. and Naumenko, Z.N. (1970), “Zvukovaya moshhnost', sozdavaemaya uchastkami dozvukovoj strui” [Sound power, created by subsonic jet areas], *Uchenye zapiski TsAGI* [TsAGI Science Journal], no. 5, vol. 1, pp. 29 - 38.
- [5] Lighthill, M.J. (1951), “On sound generated aerodynamically: I. General theory”, *Proceedings of the Royal Society of London*, vol. 211, pp. 564-587.
- [6] Baumann, H.D. (1987), “A method for predicting aerodynamic valve noise based on modified free jet noise theories”, *ASME Paper 87 – WA/NCA-7*, 28, December, 1987.
- [7] Birkgof, G. and Sarantonello, E. (1964), *Strui, sledy i kaverny* [Jets, wakes and cavities], *Mir, Moscow, Russia*, 467 p.
- [8] Gurevich, M.I. (1979), *Teoriya struj ideal'noj zhidkosti* [The theory of jets of ideal fluid], *Nauka, Gl. red. fiz.-mat. Lit., Moscow, Russia*, 713 p.

- [9] Besshumnaya rabota. Resheniya Fisher dlya ustraneniya шумов [Silent operation. The Fisher company solution for removing noise], available at: <http://www.fishvalve.nt-rt.ru> (Accessed 15 March 2017).
- [10] Ginevsky, A.S., Vlasov, Y.V. and Karavosov, R.K., *Acoustic control of turbulent jets*, Springer, 2004, 235 p. DOI: 10.1007/978-3-540-39914-8.
- [11] Jeonglae, K. (2012), Adjoint-based control of turbulent jet noise, Ph.D, Thesis, University of Illinois at Urbana-Champaign, USA.
- [12] Karabasov S.A. (2010), Understanding jet noise, *Philosophical Transactions of the Royal Society A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, vol. 368, issue 1924, pp. 3593-3608, DOI: 10/1098/rsta.2010.0086.
- [13] Afsar, M.Z., Karabasov, S.A., Hynes, T.P., Dowling, A.P. and Blanco, E. (2007), Jet noise modelling using an acoustic analogy, *West-East High Speed Flow Field Conference*, Moscow, Russia, 2007.
- [14] Papamoschou, D., Rostamimonjezi, S. (2012), Modeling of noise reduction for turbulent jets with induced asymmetry, *AIAA-2012-2158*, 18th *AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, Colorado Springs, CO, June 2012*.
- [15] Solomon, Brad K. (2012), Methods for identifying acoustic emission from the front face of a small piezoelectric blower, Ph.D, Brigham Young University, 2012.
- [16] Wei, L., Zhu, G., Qian, J., Fei, Y. and Jin, Z. (2015), Numerical simulation of flow-induced noise in high pressure reducing valve, *PLoS ONE 10(6): e0129050*. DOI: 10.1377/journal.pone.0129050.
- [17] Jenvey, P.L. (1975), "Gas pressure reducing valve noise", *Journal of Sound and Vibration*, vol. 41, issue 4, pp. 506-509.
- [18] Amini, A., Owen, I. (1995), "A practical solution to the problem of noise and vibration in a pressure-reducing valve", *Experimental thermal and fluid science*, no. 10, pp. 136-141.
- [19] Vincent, P., Shervin, T. N., Feng, L. and Papamoschou, D. (2012), "Noise reduction of a turbofan bleed valve", *AIAA 2012-0681*, 50th *AIAA/CEAS Aerospace Sciences Meeting*, Nashville, Tennessee, January 2012.
- [20] "Metodika kontrolya gidrodinamicheskogo shuma sudovogo oborudovaniya (MKGShO-96K)" [Ship's equipment hydrodynamic noise check-out methodology], *CNII im. Akad. A.N. Krilova, St. Petersburg, Russia*, no. 42441, 2005.
- [21] "Metodika kontrolya i normirovaniya vibroshumovih characteristic sudovih mashin, oborudovaniya, I armatury na zavodscih standah (MKShS-81)" [Ship's machine, equipment and armature hydrodynamic noise and vibration characteristics check-out methodology conducted at the factory test bench], *CNII im. Akad. A.N. Krilova*, no. C-13/0807, Leningrad, Russia, 1985.

НЕУСТОЙЧИВОСТЬ И АВТОКОЛЕБАНИЯ В ГИДРАВЛИЧЕСКИХ СЛЕДЯЩИХ ПРИВОДАХ

Существенным недостатком замкнутых систем является их склонность к неустойчивости. В реальных системах имеются потери, изменение величины передаваемой энергии и прочность элементов конструкции системы всегда ограничены, поэтому в таких системах чаще всего реализуются автоколебания. Автоколебательной системой принято называть устройства, способные создавать незатухающие колебания и характеризующиеся наличием источника энергии, клапана, регулирующего поступление энергии в колебательную систему, и обратной связи от колебательной системы на клапан. Для существования устойчивых автоколебаний необходим баланс получаемой и теряемой колебательной энергий, который возможен только в нелинейной системе. В работе поставлена задача численного и экспериментального исследования следящего электрогидравлического привода (ЭГСП) и установления на их основе основных механизмов неустойчивости и автоколебаний в приводе. Численные результаты можно существенно усилить, если от первоначальных перейти к обобщенным переменным. Безразмерная модель характеризуется тремя критериями гомохронности, коэффициентом затухания по вязкому трению и несколькими параметрическими критериями, среди которых наиболее значимым для следящих систем является безразмерный коэффициент обратной связи. По результатам численных исследований устойчивость привода и амплитуда автоколебаний зависят от комплекса, включающего в себя механическую и гидравлическую постоянную времени и безразмерный коэффициент обратной связи: чем больше гидравлическая постоянная по отношению к механической (следовательно сдвиг по фазе большой, а модуль мал) тем слабее усиление колебаний поршня за счет притока жидкости. Рассмотренная модель неустойчивости и автоколебаний является весьма грубой и приближенной: фактически отсутствует электрогидроусилитель, допущение об идеальной сжимаемости и неразрывности жидкости, утечки и перетечки в зазорах и уплотнениях, амплитуда колебаний скорости жидкости в трубопроводах будет больше, чем в цилиндре, в усилительно-преобразующих устройствах привода имеется насыщение расходной характеристики и другие нелинейные элементы, и др., но это возможные темы следующих исследований.

Ключевые слова: Автоколебания; электрогидравлический следящий привод; численное исследование; безразмерные переменные

**Р.А. Сунарчин,
М.А. Машков**

Санкт-Петербургский
политехнический университет Петра
Великого Политехническая, 29,
г. Санкт-Петербург,
195251
sunar1939@mail.ru

А.В. Матросов

Профессиональная инжиниринговая
компания 21
ул. Галлинская, д.7, лит.И,
г. Санкт-Петербург, Российская
195196
a.matrosov.hydro@mail.ru

1 Введение

Существенным недостатком замкнутых систем является их склонность к неустойчивости. В случае линейного описания это означает возможность бесконечного нарастания амплитуды колебаний параметров системы, но так как в

реальных системах имеются потери, а изменение величины передаваемой колебательной энергии и прочность элементов конструкции системы всегда ограничены, то в таких системах чаще всего реализуются автоколебания.

Автоколебательные явления и автоколебательные системы широко распространены в природе и технике:

механические и электрические часы, ламповый генератор, двигатель внутреннего сгорания, отбойный молоток, паровая машина и др. Автоколебательной системой принято называть [1] устройства, способные создавать незатухающие колебания и характеризующиеся наличием источника энергии, клапана, регулирующего поступление энергии в колебательную систему, и обратной связи от колебательной системы на клапан. Амплитуда и частота автоколебаний в отличие от собственных и вынужденных колебаний определяется свойствами самой системы.

В некоторых устройствах автоколебания составляют основу их действия, в других являются побочным вредным явлением, в замкнутых системах, и в частности в следящих приводах, неустойчивость и автоколебания проявляются довольно часто.

Исследование устойчивости автоколебаний замкнутых систем автоматического регулирования обычно выполняется универсальными линейными методами, которые поддерживаются всей мощью классической математики. Однако для существования устойчивых автоколебаний необходим баланс получаемой и теряемой колебательной энергии, который возможен только в нелинейной системе, в линейной же системе зависимости подводимой и отводимой колебательных энергий от амплитуды имеют линейный характер и не могут пересекаться. Другими словами, в линейной системе возможно существование лишь двух областей – устойчивости и неустойчивости, разделенных линейной границей, а для существования автоколебаний необходимо наличие нелинейности в линиях подвода и (или) поглощения колебательной энергии.

Исследование нелинейных систем в силу ряда причин выполняется различными методами, среди которых выделим методы обыкновенной линеаризации, припасовывания, фазовых траекторий и плоскостей, и гармонической линеаризации [2-4]. Первый метод показывает правдоподобные результаты в случае

несущественных нелинейностей и малых отклонениях от положения равновесия, два следующих метода удобно применять для систем невысоких порядков, а последний является весьма приближенным и может применяться для ограниченного числа систем.

Развитие аппаратной части и программного обеспечения ЭВМ позволяют выполнять непосредственное численное решение нелинейных моделей без использования линеаризации. В работе поставлена задача численного и экспериментального исследования следящего электрогидравлического привода (ЭГСП) и установления на их основе основных механизмов неустойчивости и автоколебаний в приводе.

2 Размерная математическая модель

Физическую природу неустойчивости следящего гидропривода выясним при рассмотрении заключительного этапа переходного процесса электрогидравлического следящего привода (рисунок 1). При подходе поршня к положению равновесия щель $Z_{щ}$ закрывается, и привод должен занять положение равновесия. Однако при определенных условиях привод может стать неустойчивым или могут сформироваться регулярные колебания, причём картина здесь отчасти напоминает работу паровой машины (по крайней мере, по конечным результатам). Роль маховика в приводе выполняет инерционная нагрузка, а системы распределения – золотник с обратной связью. Масса и упругость рабочей жидкости (или упругость связи поршня с нагрузкой) не позволяют поршню остановиться. Он по инерции «проскакивает» положение равновесия и продолжает двигаться дальше, сжимая перед собой жидкость в полости, которая перед этим была сливной; при этом с помощью обратной связи открывается щель, через которую нагнетается жидкость в ту же полость. Создаётся перепад давлений,

вызывающий возвратное движение поршня до нового положения равновесия; затем процесс повторяется. Привод может стать неустойчивым либо при соблюдении условий гармонического баланса реализуются автоколебания.

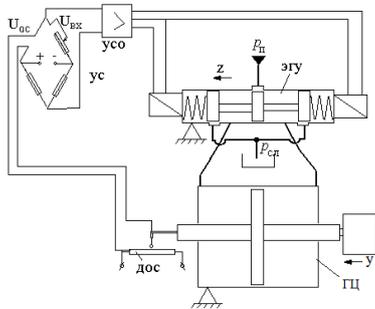


Рисунок 1. Принципиальная схема ЭГСП

$U_{обс}$ - напряжение датчика обратной связи; $U_{вх}$ - напряжение входного сигнала; $УС$ - устройство сравнения; $УСО$ - устройство связи с объектом; z - перемещение золотника; y - перемещение поршня; $ЭГУ$ - электрогидравлический усилитель; P_n - давление питания; $P_{сл}$ - давление питания; $Дос$ - датчик обратной связи; $ГЦ$ - гидроцилиндр.

Рассматривая привод как неустойчивую или автоколебательную систему, выделим, как принято в [1], ее составные части: колебательный контур – в данном случае масса подвижной части привода плюс гидродинамическая пружина, образованная столбом жидкости; источник энергии – в данном случае насосная станция; клапан, регулирующий поступление энергии сжатой жидкости в колебательную систему – в данном случае золотниковый гидрораспределитель; обратная связь, смещающая гильзу в сторону, противоположную перемещению поршня. Эти части находятся между собой во взаимодействии, состоящем в том, что клапан управляет движением колебательной системы, а с другой стороны колебательная система управляет работой клапана.

В приводе протекают довольно сложные физические процессы, однако для того,

чтобы разобраться в основных механизмах неустойчивости и автоколебаний ограничимся самой простой математической моделью, для чего примем следующие допущения:

- насыщение в электрическом и гидравлическом усилителях отсутствует, вязкое трение – линейно;
- электрогидроусилитель – безынерционный;
- параметры – сосредоточенные;
- золотник идеальный (перекрытие и радиальный зазор отсутствуют, симметричные щели);
- коэффициенты расхода щелей – равны и постоянны;
- потери в трубопроводах отсутствуют;
- давление питания поддерживается постоянным, а давление слива равно нулю;
- кинематика обратной связи и неподвижные соединения абсолютно жёсткие;
- люфт в подвижных соединениях отсутствует;
- рабочая жидкость неразрывна и невесома, модуль упругости – постоянный.

При сделанных допущениях математическая модель имеет вид:

- уравнения неразрывности для левой (напорной) и правой (сливной) полостей, в которых расход жидкости, проходящий через дросселирующие щели, равен сумме расходов на продвижение поршня и расход сжатия:

$$\begin{aligned} \mu b Z_{щ}(z, y) \sqrt{\frac{2}{\rho} (p_n - p_1)} &= \mathcal{S} + \frac{V_{01} + S y}{E} \mathcal{P}_z, \\ \mathcal{S} &= \mu b Z_{щ}(z, y) \sqrt{\frac{2}{\rho} (p_2 - p_{сл})} + \frac{V_{02} - S y}{E} \mathcal{P}_z. \end{aligned} \quad (1)$$

- уравнение движения для подвижной части привода, в котором разность движущей силы (сила давления) и сил сопротивления (в данном случае сила вязкого трения и внешняя сила, зависящая от времени, положения и др.) равна произведению массы на ускорение:

$$m\ddot{y} = (p_1 - p_2)S - k_{oc}y - R(t, y, \dots); \quad (2)$$

где μ – коэффициент расхода щели; ρ – плотность рабочей жидкости; $Z_{щ}(J, y) = \frac{K_{FJ}}{c_{эмп}}(J - k_{oc}y)$ – ширина щели ЭГСП; K_{FJ} – коэффициент усиления (F – усилие перемещения золотника, J – сила тока управления); $c_{эмп}$ – жесткость электромеханического преобразователя; m – масса подвижных частей привода; p_1, p_2 – давления в полостях; b – длина щели; S – площадь поршня; V_{01}, V_{02} – объемы полостей цилиндра.

Простота полученной модели не должна вводить в заблуждение; многие условия, даже в рамках принятых допущений, остаются не определенными и не записанными. Например, значения начальных давлений в полостях обычно

принимаются равными $p_1(0) = p_2(0) = p_n/2$, но это справедливо лишь при отсутствии внешней нагрузки (и вообще без радиального зазора в золотнике значения начальных давлений будут неопределёнными); длина щели золотникового распределителя может быть переменной, максимальные перемещения золотника и поршня могут быть не согласованными, трение обычно имеет нелинейный характер, электрический и гидравлический усилители имеют насыщение и т. п. Самые большие сомнения возникают по поводу допустимости такой простой модели для описания автоколебаний, изначально предназначенной для движения поршня в положительном направлении; впрочем, сомнения при моделировании носят фундаментальный характер.

Выполнено численное интегрирование модели (1, 2) для различных значений параметров (рисунок 2).

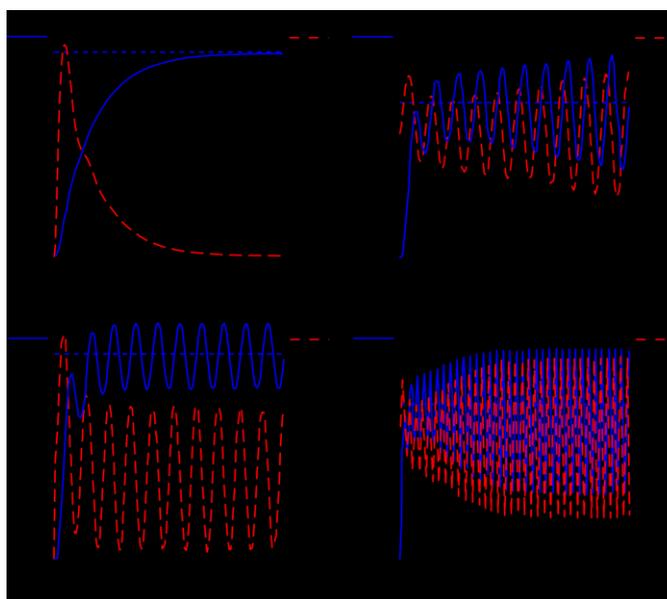


Рисунок 2. Эволюция переходных процессов при увеличении давления питания P_n .

Так на рисунке 2 показано изменение характера переходных процессов ЭГСП при увеличении давления питания: видно, что при $P_n = 20,3$ МПа имеет место граница устойчивости (рисунок 2б), а при

дальнейшем увеличении давления привод становится неустойчивым (рисунок 2в). Однако амплитуда колебаний не растет бесконечно, со временем устанавливается некоторая амплитуда установившихся

автоколебаний (рисунок 2г), при принятых исходных данных и при достижении определенных масс ($m \approx 95$ кг) и давления питания ($P_n \approx 23$ МПа) устанавливаются регулярные почти гармонические колебания (будем называть их автоколебаниями), амплитуда которых мало изменяется при изменении массы и имеет слабо выраженный максимум

($m \approx 125$ кг), период колебаний примерно равен $2\pi \sqrt{\frac{m}{C_{20}}}$. С ростом давления амплитуда автоколебаний растет

практически линейно, амплитуда автоколебаний также зависит от ряда других параметров.

3 Экспериментальные исследования

Эксперименты, проведенные на лабораторном стенде, качественно подтвердили расчетные данные (рисунок 3), так с ростом давления питания (или коэффициента усиления электрогидроусилителя) усиливается неустойчивость, появляются автоколебания.

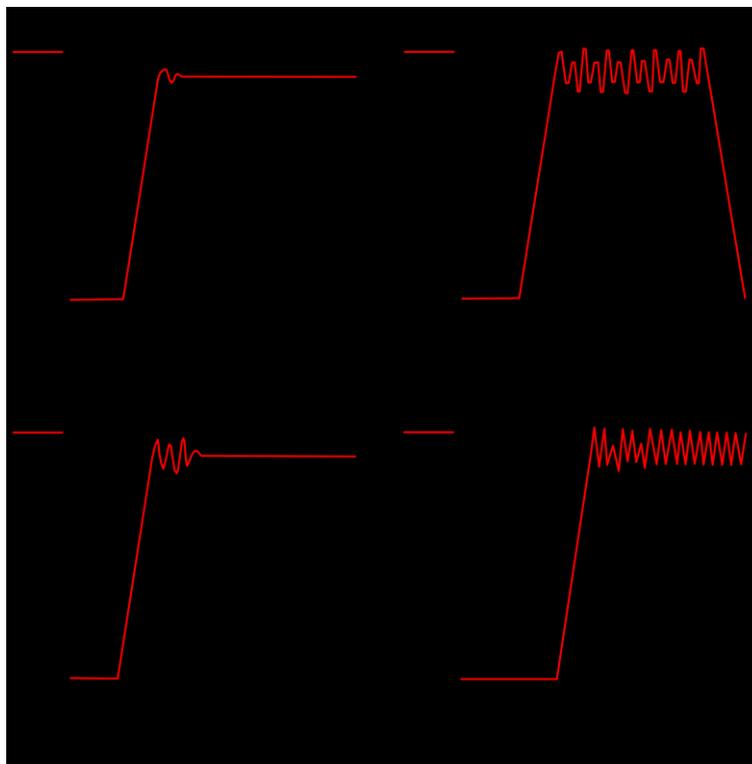


Рисунок 3. Эволюция переходных процессов при увеличении давления питания на лабораторном стенде

4 Переход к безразмерным переменным

Численные результаты можно существенно усилить, если от первоначальных перейти к обобщённым переменным. В теории подобия [5] утверждается, что переменные и параметры проявляются не порознь, а совместно в

определённых сочетаниях, существенны не отдельные величины, а их комбинации. Поэтому первоначальные величины нужно вводить не как разрозненное множество индивидуальных параметров, а в виде комплексов, обобщённых переменных, в самой структуре которых отражено взаимодействия различных влияний.

Для перехода к безразмерным переменным и формирования комплексов введем следующие масштабы преобразования:

- масштаб времени условно примем равным единице $T_0 = 1$ с, так как гидропривод обычно входит в состав некоторой системы, имеющей собственный масштаб времени;

- масштаб перемещений z_{\max} – максимальное перемещение золотника;

- масштаб давлений P_n – давление питания;

- масштаб токов J_m – максимальный ток.

Подставляя масштабы преобразования в систему (1, 2) и, проведя ряд преобразований, получаем систему уравнений в безразмерном виде:

$$\begin{aligned} \bar{T}_m^2 \bar{y}'' + \bar{p}_p (\bar{p}_1 - \bar{p}_2) - 2\bar{T}_m \bar{\xi} \bar{y}' \\ \bar{y}'' = \frac{1}{\bar{T}_v} \left[(\bar{J} - \bar{k}_{oc} \bar{y}) \sqrt{2(1 - \bar{p}_1)} - \bar{T}_{gp} \bar{y}' \right]; \quad (3) \\ \bar{y}'' = \frac{1}{\bar{T}_v} \left[\bar{T}_{gp} \bar{y}' - (\bar{J} - \bar{k}_{oc} \bar{y}) \sqrt{2\bar{p}_2} \right] \end{aligned}$$

с начальными условиями: $\bar{y}(0) = 0; \bar{y}'(0) = 0;$

$\bar{p}_1 = 0,5; \bar{p}_2 = 0,5;$ где $\bar{\xi} = \frac{k_v}{2\sqrt{mC_{gd}}}; \bar{y} = \frac{y}{z_{\max}};$

$\bar{p}_p = \frac{P_p S}{C_{gd} z_{\max}}; \bar{J} = \frac{J}{J_{\max}}; \bar{T}_{gp} = \frac{T_{gp}}{T}; \bar{T}_v = \frac{T_v}{T}; \bar{T}_m = \frac{T_m}{T};$

$\bar{p}_1 = \frac{P_1}{P_p}; \bar{p}_2 = \frac{P_2}{P_p}; \bar{k}_{oc} = k_{oc} \frac{z_{\max}}{J_{\max}}; \bar{T}_{gp} = \frac{S}{\mu b \sqrt{P_p / \rho}}$

– гидравлическая постоянная времени;

$T_m = \sqrt{\frac{m}{C_{gd}}}$ – механическая постоянная

времени; $T_v = P_p V_{01} / EQ_m$ – время наполнения.

Сравнивая выражения (1, 2) и (3) нетрудно заметить существенное упрощение безразмерной модели. Она характеризуется тремя критериями гомохронности $\bar{T}_{gp}, \bar{T}_m, \bar{T}_v$, коэффициентом затухания по

вязкому трению и несколькими параметрическими критериями, среди которых наиболее значимым для следящих систем является безразмерный коэффициент обратной связи. Обращаем внимание, что при переходе к безразмерным переменным получаются постоянные времени, похожие на те, которые обычно фигурируют в линейных моделях; это связано не столько с линеаризацией или переходом к безразмерным переменным, сколько с приведением уравнений к канонической форме.

Применение обобщенных переменных значительно облегчает проведение численного эксперимента, так как число обобщенных величин значительно меньше числа первоначальных аргументов задачи, а их значения имеют один порядок. Но самое существенное достоинство перехода к обобщенным переменным – возможность построения обобщенных характеристик, которые строились путем обработки результатов численных экспериментов (рисунок 4) в виде критериальных зависимостей $\xi = \xi(\bar{Sh})$ на границах одинакового качества регулирования, где

$\bar{Sh} = \frac{T_m k_{oc}}{T_{gp}}$ – приведенное число Струхаля.

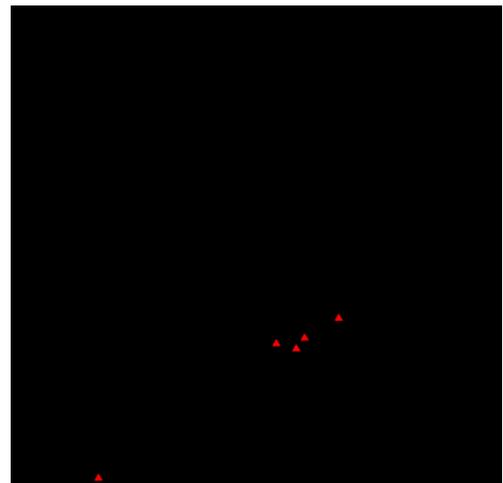


Рисунок 4. Обобщенные динамические характеристики: 1 – Зона неустойчивости; 2 – колебательные процессы; 3 – монотонные процессы; 4 – аperiodические процессы; 5 – зона автоколебаний

Границы определяются визуально, при смене типа переходного процесса: граница устойчивости (между зонами 2 и 5) определяется очень точно (коэффициент демпфирования на границе устойчивости определяется с точностью до третьего знака после запятой); границы монотонного и, особенно, апериодического процессов определяются с погрешностью 0,5-2%. Границы автоколебаний определялись ориентировочно; при больших значениях \bar{Sh} колебания становятся полигармоническими.

Для объяснения результатов численного эксперимента обратимся к принципиальным схемам развития автоколебаний (рисунок 1). При возникновении колебаний поршня вследствие действия материальной обратной связи (в некоторых случаях такого рода связь отсутствует, но механизм обратной связи может сформироваться по скрытым каналам) возникают колебания ширины дросселирующих щелей и, следовательно, количества впрыскиваемой в напорную полость (или сливаемой из противоположной полости) жидкости. Изменение количества движения жидкости не приведет к мгновенному изменению импульса силы и соответствующего изменения параметров движения поршня: требуется время, во-первых, для повышения давления в полости и, во-вторых, для преобразования приращения гидравлической мощности в импульс силы, приложенной к поршню; это время примерно равно гидравлической постоянной времени T_{gp} . Таким образом, на поршень будет периодически (но не обязательно гармонически) действовать сила со сдвигом фазы, появление которого можно объяснить следующим образом: если нагрузка мала, то первое уравнение системы (1) примет вид:

$$\mu b K_{FJ} (J - k_{oc} y) \sqrt{p_p / \rho} / C_{emp} = \mathcal{S};$$

Вводя безразмерные переменные, преобразуем уравнение к виду:

$$\left(\frac{T_{gp}}{k_{oc}}\right) \ddot{y} + \bar{y} = \bar{k} \bar{J},$$

где $\bar{k} = 1/k_{oc}$ – коэффициент передачи. Линейное уравнение первого порядка преобразуем по Лапласу и определим передаточную функцию:

$$\bar{W}(\bar{p}) = \frac{\bar{y}(\bar{p})}{\bar{J}(\bar{p})} = \frac{\bar{k}}{T\bar{p} + 1},$$

откуда

$$\bar{M}(\bar{\omega}) = \frac{\bar{k}}{\sqrt{(T\bar{\omega})^2 + 1}},$$

$$\bar{\varphi} = -\arctg(T\bar{\omega}) = -\arctg\left(\frac{T_{gp}}{k_{oc}} \bar{\omega}\right).$$

На характерной частоте $\bar{\omega} = \frac{1}{T_m}$ сдвиг по фазе будет равняться

$$\bar{\varphi} = -\arctg\left(\frac{T_{gp}}{k_{oc} T_m}\right) = \frac{1}{Sh}.$$

Тогда становится понятно, почему устойчивость привода и амплитуда автоколебаний зависят от комплекса \bar{Sh} : чем больше гидравлическая постоянная по отношению к механической (и следовательно сдвиг по фазе большой, а модуль мал) тем слабее усиление колебаний поршня за счет притока жидкости; если же $T_{gp} \leq T_m \bar{k}_{oc}$, то все большая часть энергии впрыскиваемой жидкости идет на поддержание колебаний.

Для наиболее благоприятных условий существования автоколебаний в приводе необходимо, чтобы импульс силы подводился в момент прохождения поршня через среднее положение, когда скорость его наибольшая.

Если импульс подводится в среднем положении поршня (фаза импульса – 0°), то площадь индикаторной диаграммы (зависимость силы от перемещения поршня) и, следовательно, работа сил давления, идущая на поддержание автоколебаний,

будут максимальными; если импульс сообщается в крайнем положении (фаза импульса – 90°), то контур индикаторной диаграммы вырождается в линию, а это значит, колебательная энергия не вкладывается; импульс сообщается посередине размаха (фаза импульса – 45°) – промежуточный; при фазе свыше 90° направление обхода индикаторной диаграммы меняется и давление тормозит поршень.

На рисунке 5а показано влияние гидравлической постоянной времени на сдвиг фазы $\varphi = \Delta t \omega \approx \Delta t / T_m$; способ определения значения временной задержки для различных значений T_{gp} показан на рисунке 5б.

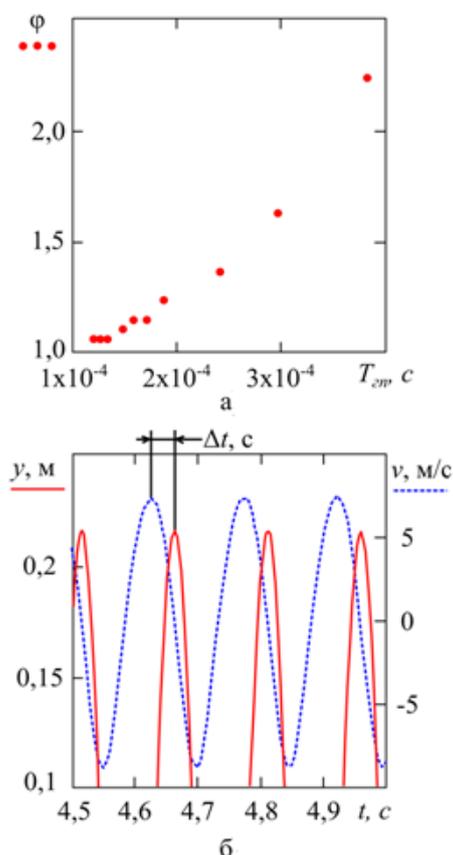


Рисунок 5. Сдвиг фазы от гидравлической постоянной времени

5 Заключение

Таким образом, решена задача численного и экспериментального исследования следящего электрогидравлического привода (ЭГСП) и установления на их основе основных механизмов неустойчивости и автоколебаний в приводе.

Как уже отмечалось рассмотренная модель неустойчивости и автоколебаний является весьма грубой и приближенной: фактически отсутствует электрогидроусилитель (который может быть источником автоколебаний или, напротив, стабилизировать привод), допущение об идеальной сжимаемости и неразрывности жидкости в полостях допустимо лишь при очень малых амплитудах колебаний, утечки и перетечки в зазорах и уплотнениях существенно демпфируют привод, амплитуда колебаний скорости жидкости в трубопроводах будет больше, чем в цилиндре пропорционально соотношению квадрата диаметров, в усилительно-преобразующих устройствах привода имеется насыщение расходной характеристики и другие нелинейные элементы, давление питания и слива могут быть переменными, зависимости потерь на трение могут иметь нелинейный характер и прочее, но это уже другая история.

Список использованных источников

- [1] Харкевич А. А. Избранные труды в трех томах. Линейные и нелинейные системы // А. А. Харкевич. - М.: Наука, 1973. - Т. 2. - С. 20-31.
- [2] Техническая кибернетика. Теория автоматического регулирования. Книга 1. Математическое описание, анализ устойчивости и качества систем автоматического регулирования. Колл. авторов. Под. ред. доктора техн. наук, проф. В. В. Солодовникова. - М.: Машиностроение, 1967. - 770 с.
- [3] Попов Д. Н. Динамика и регулирование гидро- и пневмосистем / Д. Н. Попов. - М.: Машиностроение, 2001. - С. 83-98.
- [4] Проектирование следящих приводов летательных аппаратов / А. И. Баженов, Н. С. Гамынин, В. И. Карев и др.; Под. ред. Н. С. Гамынина. - М., 1978. - 190 с.

[5] Гухман А. А. Введение в теорию подобия. / А. А. Гухман. - М.: Высшая школа, 1973. - С. 141-143

[6] Сунарчин Р. А. Выбор параметров гидромеханических регуляторов авиационных

двигателей. Численные методы исследования: учебное пособие / Р. А. Сунарчин // Уфимск. Авиац. Техн. Ун-т. УГАТУ, 2005. - 35 с.

**Robert A. Sunarchin,
Maksim A. Mashkov**

Peter the Great St.Petersburg
Polytechnic University
29, Polytechnicheskaya,
St.Petersburg, Russian Federation
195251
sunar1939@mail.ru

Artem V. Matrosov

Professional engineering
company 21
7, Tallinskaya,
St.Petersburg, Russian Federation
195196
a.matrosov.hydro@mail.ru

INSTABILITY AND SELF-OSCILLATIONS IN ELECTRO-HYDRAULIC SERVO DRIVE

One of important problems of closed-loop hydraulic systems is ability of self-oscillations. Linear simulation shows unlimited growth of amplitude, but self-oscillations appear in a real hydraulic drive because of wastages, limits of endurance and oscillation energy. Main purpose of the research is to make a numerical simulation to correspond main parameters of self-oscillations of electro-hydraulic servo drive with characteristics of drive. Results of numerical simulation could be improved with transition to nondimensional variables. In this case several nondimensional complexes present whole hydraulic system instead of many variables and parameters in case of dimensional model. Main result is stability and amplitude of self-oscillations of electro-hydraulic servo drive depends of nondimensional variable Sh , if hydraulic time constant is more than mechanical time constant, then less oscillation energy applies to drive. Simulation model in this research is quite far from real electro-hydraulic servo drive, so improvement of simulation is purpose for the future researches.

Key words: *Self-oscillations; electro-hydraulic servo drive; numerical simulation; nondimensional variable*

References

- [1] Harkevich, A.A. (1973), *Lineynye i nelineynye sistemy* [Linear and nonlinear systems], Nauka, Moscow, Russia, vol. 2, pp. 20 – 31.
- [2] Solodovnikov, V.V. (1967), *Technicheskaya kibernetika. Teoriya avtomaticheskogo regulirovaniya* [Technical Cybernetics: A Series of Engineering Monographs, Book 1: Theory of Automatic Control], Mashinostroenie, Moscow, Russia, 770 p.
- [3] Popov, D.N. (2001), *Dinamika i regulirovanie gidro- i pnevmosistem* [Dynamics and regulation of hydraulic and pneumatic systems], *Mashinostroenie*, Moscow, Russia, pp. 83-98.
- [4] Bazhenov, A. I., Gamynin, N. S. and Karev, V. I. (1978), *Proektirovanie sledyaschih privodov letatelnyh apparatov* [Aircraft hydraulic servo drive design], Mashinostroenie, Moscow, Russia, 190 p.
- [5] Guhman, A.A. (1973), *Vvedenie v teoriyu podobiya* [Introduction to the Theory of Similarity], *Vishaya shkola*, Moscow, Russia, pp. 141-143.
- [6] Sunarchin, R.A. (2005), *Vybor parametrov gidromekhanicheskikh regulyatorov aviatsionnih dvigateley. Chislennyye metody issledovaniya* [Selection of parameters hydromechanical controls of aircraft engines. Numerical methods for the study], Study Guide, Samara State Aerospace University, p. 35.

ГОЛОГРАФИЧЕСКАЯ ИНТЕРФЕРОМЕТРИЯ И РОТОР СТАТОРНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ПРИ АНАЛИЗЕ КОЛЕБАНИЙ РАБОЧИХ КОЛЁС ТУРБОМАШИН

**В.Г. Селезнев,
И.Ю. Головченко**

Центральный институт
авиационного моторостроения
имени П.И. Баранова (ЦИАМ)

Г. , ул. Авиамоторная, 2
111116
dep007@rtc.ciam.ru

В статье рассмотрены два примера применения метода голографической интерферометрии для определения диаметральных форм колебаний вращающихся рабочих колёс турбомашин с учётом ротор статорного взаимодействия.

В первом примере на работающем компрессоре были проведены измерения напряжений в лопатках центробежного колеса. При использовании диффузора необычные колебания с большими амплитудами наблюдались на частоте вращения вблизи 18000 об/мин. Большие напряжения были обусловлены возбуждениями лопаток на относительно высоких частотах. В диапазоне этих частот было проведено исследование колебаний колеса на голографической установке при отсутствии вращения.

В статье для первого примера было показано, что значительные колебания лопаток колеса обусловлены ротор статорным взаимодействием и колебания вращающегося колеса центробежного компрессора совершаются по одному диаметру с окружностью.

Во втором примере изучались колебания колеса турбины на голографической установке и во время стендовых испытаний. При работе колеса турбины в составе ступени было найдено, что опасные напряжения возникают на частоте около 8000 Гц от действия 28-й гармоники. При исследовании этого колеса на голографической установке была обнаружена форма колебаний с семью диаметрами на частоте 7893 Гц. Исходя из этого был сделан вывод, что опасные колебания по форме с семью диаметрами во вращающемся колесе возбуждались в результате ротор статорного взаимодействия.

Ключевые слова: Колебания колёс турбомашин; голографическая интерферометрия; ротор статорное взаимодействие; количество лопаток рабочего колеса и статора

1 Введение

Газодинамическое взаимодействие между вращающимся колесом ротора и неподвижным направляющим аппаратом, называемое ротор статорным взаимодействием, является неотъемлемым явлением в турбомашинах. Это взаимодействие порождает местные нестационарные потоки в турбомашине и является источником силы, действующей на элементы конструкции, такие как рабочие колёса и направляющие аппараты, и может вызвать колебания колёс со значительным уровнем напряжений, если частота возбуждения совпадёт с собственной частотой колеса.

Впервые с проблемой ротор статорного взаимодействия столкнулся Дж. П. Ден-Гартог в 1929 году, когда он исследовал колебания

трубопровода водяной турбины Френсиса, и этот пример был приведён в его книге «Механические колебания» [1]. Дальнейшее развитие тема получила в работе Тайлера и Софрина [2], которые создали теорию излучения шума от осевых турбомашин. В изучение проблемы ротор статорного взаимодействия внес вклад Ф. Кушнер, когда разбирал случаи усталостного разрушения по собственным формам колебаний рабочих колёс центробежных компрессоров [3]. Им были разработаны правила, согласно которым осуществлялась подборка коэффициентов отклика для различных конфигураций рабочих колёс (РК) и направляющих аппаратов (НА). Хотя эти правила были довольно сложны для практического применения, он привёл несколько примеров, когда сопоставление количества

лопаток в РК и количества лопаток в НА позволило объяснить появление или отсутствие некоторых резонансов.

Согласно модификации теории [2], вращающееся поле давления газа порождает в окружном направлении картину с числом диаметров k , определяемым из соотношения

$$nS \pm k = mR, \quad (1)$$

где k – число диаметров;

S – число лопаток направляющего или соплового аппарата;

R – число лопаток рабочего колеса;

n – порядок возбуждающих гармоник во вращающейся системе координат;

m – порядок возбуждающих гармоник в неподвижной системе координат.

Хидео Охаша применил это соотношение для изучения разрушения водяного насоса вследствие ротор статорного взаимодействия [4].

На основании идеи, изложенной в патенте [5], было создано устройство [6], которое путём обработки сигналов с датчиков позволило реализовать общую для всех типов колебаний формулу и выявить в том числе ротор статорное взаимодействие в виде соотношения (1).

Голографическая интерферометрия до сих пор остается практически единственным и относительно дешёвым экспериментальным методом, позволяющим определять формы колебаний исследуемых колёс турбомашин с высоким качеством картин интерференционных полос [7, 8].

2 Экспериментальные исследования и анализ

При исследовании колебаний рабочего колеса центробежного компрессора авторы работы [9] полагали, что особое внимание необходимо уделять таким механизмам возбуждения колебаний лопаток, как аэродинамическая неоднородность потока во входных и выходных элементах проточной полости компрессора, вызывающая резонанс на частотах кратных частоте вращения ротора; флаттер; вращающийся срыв и помпаж компрессора.

Исследования проводили на центробежном компрессоре с рабочим колесом диаметром 400 мм. Колесо имело 28 лопаток, лопаточный диффузор – 19 лопаток. Для компрессора с лопаточным диффузором в интервале частот вращения ротора от 17000 до 18000 об/мин (283 – 300 Гц) появились характерные резонансные

колебания лопатки. Частотный анализ выявил чёткие периодические колебания лопаток колеса с частотами 5650 и 5400 Гц, возбуждаемые 19-ю лопатками диффузора.

Чтобы посмотреть, как ведёт себя колесо на этих частотах, была отснята голографическая интерферограмма не вращающегося колеса при колебаниях с частотой порядка 5500 Гц. На рисунке 1 приведена эта интерферограмма, из которой видно, что колесо колеблется по форме один диаметр плюс окружность.

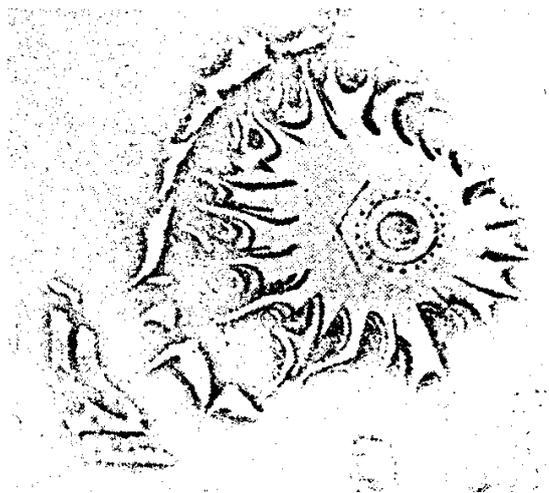


Рисунок 1. Форма колебаний колеса центробежного компрессора с одним узловым диаметром и окружностью

Следует отметить, что амплитуды напряжений в разных лопатках сильно отличаются друг от друга. Это различие нельзя объяснить одной лишь неточностью изготовления. Расчёт методом конечных элементов показал, что причиной высокочастотных колебаний могло послужить взаимодействие лопаток, в особенности различие в отставании по фазе. Эти колебания довольно сильно отличаются от колебаний, вызванных срывным обтеканием лопаток колеса.

Анализируя приведённый пример, исходя из гипотезы ротор статорного взаимодействия [5], на основании соотношения (1), можно записать следующее равенство: $19 \times 3 - 1 = 28 \times 2$, из которого видно, что колебания вращающегося колеса происходят по форме с одним диаметром, а из интерферограммы, показанной на рисунке 1, видно, что колебания колеса происходят по форме один диаметр с окружностью на частоте порядка 5500 Гц.

Таким образом, колебания вращающегося колеса центробежного компрессора возбуждаются в результате ротор статорного взаимодействия 19-й гармоникой и происходят по форме колебаний один диаметр с окружностью.

В качестве второго примера рассматривались колебания вращающегося колеса турбины осевой турбомашины с 35-ю лопатками. Формы колебаний этого колеса, снятые на голографической установке, приведены на рисунке 2. В связи с «необычным» поведением форм колебаний этого колеса в области частот 6000 Гц были проведены подробные исследования поведения его форм колебаний. Было зафиксировано два вида поведения системы диск – лопатки. В первом случае система совершала колебания как единое целое

и лопатки являлись как бы продолжением диска. Во втором случае имели место отдельно колебания диска и отдельно колебания лопаточного венца. При этом в обоих случаях колебания происходили с одним и тем же количеством диаметров. Так, для одного диаметра с окружностью система диск – лопатки колеблется с частотой 7098 Гц, а на частоте 7278 Гц имеют место колебания полотна диска без окружности по лопаткам. Для двухдиаметровой формы с окружностью колебания системы происходят на частоте 8508 Гц, ортогональная форма которой имеет частоту 8574 Гц. Для формы с тремя диаметрами колебания системы происходят на частоте 11365 Гц, ортогональная форма которой имеет частоту 11508 Гц.

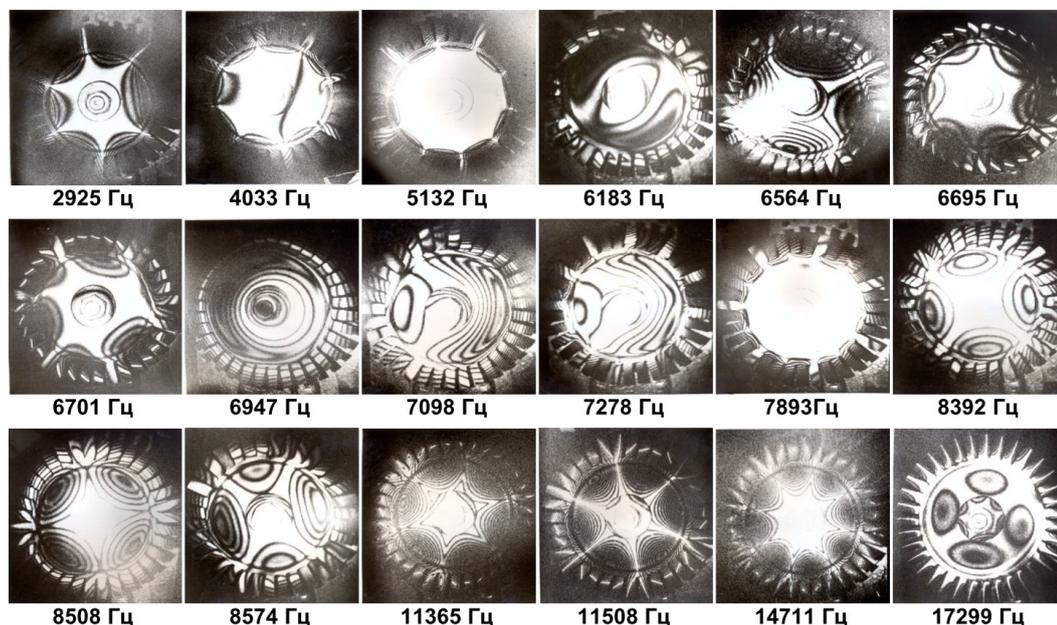


Рисунок 2. Голографические интерферограммы форм колебаний колеса турбины, снятые в частотном диапазоне 1 – 19 кГц

Исходя из проведенного анализа, можно прийти к заключению, что, когда имеется «развитое» полотно диска и относительно маленькие лопатки, происходит разделение колебаний полотна диска и лопаточного венца. В то же время система диск – лопатки может также совершать колебания как единое целое. При этом лопатки являются как бы продолжением диска.

Для полученных частот и форм колебаний был построен график спектра колебаний колеса турбины, приведенный на рисунке 3.

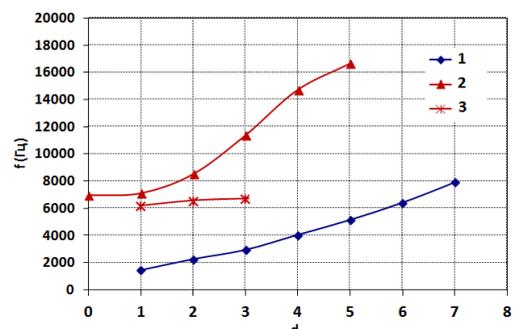


Рисунок 3. Спектр колебаний колеса турбины:

1 – семейство диаметральных форм; 2, 3 – семейства диаметральных форм с окружностью

При исследовании колеса в составе ступени на разгонном стенде было обнаружено, что опасные напряжения с частотой приблизительно 8000 Гц возникают от действия 28-й гармоники – по количеству лопаток направляющего аппарата (рисунок 4).

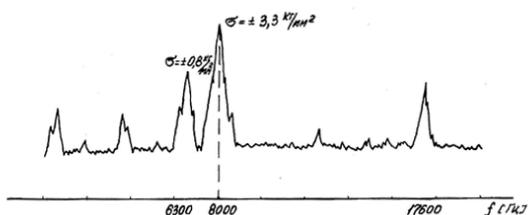


Рисунок 4. Спектр переменных напряжений в лопатке при натуральных испытаниях

При детальном исследовании колебаний этого колеса на голографическом стенде на частоте 7893 Гц (рисунок 2) была обнаружена форма с семью узловыми диаметрами, принадлежащая первому семейству в спектре колебаний колеса турбины (рисунок 3). Подробное исследование колебаний колеса было предпринято, в том числе, и с целью нахождения форм колебаний, которые были бы наиболее близки к частоте 8000 Гц, определённой на работающей ступени (рисунок 4).

Анализируя второй пример и исходя из гипотезы ротор статорного взаимодействия, можно записать следующее равенство: $28 + 7 = 35$, из которого видно, что колебания вращающегося колеса происходят по форме с семью диаметрами, которые возбуждаются 28-й гармоникой.

3 Заключение

1. Впервые на примере исследования колебаний колёс методом голографической интерферометрии при отсутствии вращения было показано, что на вращающихся колёсах при ротор статорном взаимодействии существует диаметральный вид колебаний, зафиксированный в виде экспериментально полученных картин интерференционных полос.

2. Равенство, существующее между количеством лопаток и числом узловых диаметров, позволяет однозначно указать на

источник возбуждения колебаний рабочего колеса турбомашин.

3. Представляется целесообразным перед установкой исследуемого колеса в компрессор или турбину турбомашин исследовать его на предмет определения форм колебаний в стационарных условиях.

Список использованных источников

[1] Ден-Гартог Дж. П. Механические колебания / Дж. П. Ден-Гартог // Пер. с 4-го америк. изд. М.: Физматгиз, 1960. - 580 с.

[2] Tyler J.M., Sofrin T.G. Axial flow compressor noise studies // SAE Transactions. - 1962. - V. 70. - P. 309-332. DOI: 10.4271/620532.

[3] Kushner F. Disk vibration – rotating blade and stationary vane interaction // Journal of Mechanical Design. - 1980. - V. 102(3). - P. 579-584. DOI: 10.1115/1.3254788.

[4] Ohashi H. Case study of pump failure due to rotor-stator interaction // International Journal of Rotating Machinery. - 1994. - V. 1. - № 1. - P. 53-60. DOI: 10.1155/S1023621X94000059.

[5] Селезнев В. Г., Головченко И. Ю. Способ определения характеристики колебательного движения элемента турбомашин: патент РФ № 2538427; опубл. 10.01.2015; бюл. № 1.

[6] Селезнев В. Г., Головченко И. Ю., Матюхин Д.В. Устройство для анализа динамических процессов в рабочих колесах турбомашин: патент РФ № 2659428; опубл. 02.07.2018; бюл. № 19.

[7] Селезнев В. Г., Установка для измерения перемещений методом голографической интерферометрии / В. Г. Селезнев, Н. Д. Соболев, В. В. Яковлев // Заводская лаборатория. - 1971. - Т. 37. - № 8. - С. 979-980.

[8] Коскин А. О., Исследование форм и частот колебаний бандажированного колеса вентилятора на голографической установке и в составе двигателя на испытательном стенде / А. О. Коскин, В. Г. Селезнев // Вестник Самарского государственного аэрокосмического университета им. академика С.П. Королёва (национального исследовательского университета). Специальный выпуск, подготовленный по материалам международной научно-технической конференции «Проблемы и перспективы развития двигателестроения». - Самара, 2014. - № 5(47). - Ч. 2. - С. 109-114.

[9] Haupt U., Rautenberg M. Blade vibration measurements on centrifugal compressors by means of telemetry and holographic interferometry // Journal of Engineering for Gas Turbines and Power. - 1984. Vol. 160(1). - P. 70-78. DOI: 10.1115/1.3239553.

APPLICATION OF HOLOGRAPHIC INTERFEROMETRY FOR STUDY ROTOR STATOR INTERACTION IN TURBOMACHINES

In article take up two examples application of holographic interferometry for investigation modes vibrations spinning bladed discs of engines and analysis vibrations taking into account rotor stator interaction.

In the first example blade vibration measurement on operating compressor were carried out to investigate the extent of blade excitation of impeller. Interesting responses of the radial blades to the excitation were obtained with the compressor with the cambered vane diffuser. Unusual and unexpected significant resonance peaks of blade were observable when rotating frequency is near 18000 rpm with maximum stress amplitudes. A vibration test at rest using holographic interferometry was carried out by taking an interferogram of the impeller with one diameter and circle.

In present paper for the first example was shown that strong impeller vibration excited by the diffuser vanes is due to interaction between impeller and diffuser vanes and spinning impeller oscillated with mode one diameter and circle.

In the second example vibrations wheel of turbine was investigated on holographic test stand and during spinning test. At work turbine wheel consisting of stage was find out that dangerous stresses with frequency about 8000 Hz arise from the action of 28 harmonic. At investigation of this wheel on the holographic stand was find mode with 7 diameters on the frequency 7893 Hz.

Strong turbine vibration excited stator vines is due to interaction between turbine wheel and stator vines. As a result spinning turbine wheel oscillated with mode 7 diameters.

Key words: *Vibration bladed discs turbomachines; holographic interferometry; rotor-stator interaction; number rotor's and stator's blades*

**Valeriy G. Seleznev,
Ivan Yu. Golovchenko**

Central Institute of Aviation Motors
(CIAM)
Aviamotornaya Street, 2,
Moscow, Russian Federation
111116
dep007@rtc.ciam.ru

References

- [1] Den Hartog, J.P. (1956), *Mechanical vibrations*, 4th ed., McGraw-Hill Book Company, New York, USA, 437 p.
- [2] Tyler, J.M. and Sofrin, T.G. (1962), "Axial flow compressor noise studies", *SAE Transactions*, vol. 70, pp. 309-332. DOI: 10.4271/620532.
- [3] Kushner, F. (1980), "Disk vibration – rotating blade and stationary vane interaction", *Journal of Mechanical Design*, vol. 102(3), pp. 579-584. DOI: 10.1115/1.3254788.
- [4] Ohashi, H. (1994), "Case study of pump failure due to rotor-stator interaction", *International Journal of Rotating Machinery*, vol. 1, no. 1, pp. 53-60. DOI: 10.1155/S1023621X94000059.
- [5] Seleznev, V.G. and Golovchenko, I.Ju. (2015), Sposob opredeleniya kharakteristiki kolebatel'nogo dvizheniya elementa turbomashin [Method to determine characteristic of oscillating motion of turbomachine element], Russia, Pat. № 2538427.
- [6] Seleznev, V.G., Golovchenko, I.Ju. and Matjukhin, D.V. (2018), Ustroystvo dlya analiza dinamicheskikh protsessov v rabochikh kolesakh turbomashin [Device for analysis of dynamic processes in impellers of turbine machines], Pat. № 2659428.
- [7] Seleznev, V.G., Sobolev, N.D. and Yakovlev, V.V. (1971), "Ustanovka dlya izmereniya peremeshcheniy metodom golograficheskoy interferometrii" [Installation for measuring displacements using holographic interferometry], *Zavodskaya Laboratoriya* [Factory Laboratory], vol. 37, no. 8, pp. 979-980.
- [8] Koskin, A.O. and Seleznev, V.G. (2014), "The study of shrouded fan vibration modes and frequencies on a holograph and as a part of the engine on the test rig", *Vestnik of the Samara State Aerospace University*, no. 5(47), part 2, pp. 109-114.
- [9] Haupt, U. and Rautenberg, M. (1984), "Blade vibration measurements on centrifugal compressors by means of telemetry and holographic interferometry", *Journal of Engineering for Gas Turbines and Power*, vol. 160, no. 1, pp. 70-78. DOI: 10.1115/1.3239553.

ВИБРОУСТОЙЧИВОСТЬ АВТОМАТА ОСЕВОЙ РАЗГРУЗКИ ТНА**А.И. Гулиенко**

ГНЦ «Центральный институт
авиационного моторостроения имени
П.И.Баранова»,
Авиамоторная 2, г. Москва,
Российская Федерация,
111116
goulienko-contrl@ciam.ru

Изложены результаты исследования виброустойчивости автомата осевой разгрузки турбонасосного агрегата (ТНА). Разработана математическая модель устройства такого типа. Она позволяет на этапе проектирования определить влияние на виброустойчивость основных параметров системы осевой разгрузки – диапазона регулирования осевой силы, объёма разгрузочной камеры и сжимаемости рабочей жидкости. Приведены частотные характеристики виброактивности и переходные процессы по осевым перемещениям ротора при скачкообразном и ударном воздействиях.

Ключевые слова: Автомат осевой разгрузки; виброустойчивость; виброактивность

1 Введение

В современных высоконапорных центробежных насосах турбонасосных агрегатов тепловых станций и других энергетических машин, суммарная осевая сила, действующая на все колёса, измеряется десятками тонн. Их уравнивание представляет определённые трудности, и требуются специальные конструктивные решения. Для этого используются автоматические уравнивающие устройства (автоматы осевой разгрузки – АОР [1 - 3]), разгрузочные диски, радиально-упорные подшипники (РУП), а также их комбинации. АОР применяются с целью уменьшения на установившихся и переходных режимах нерасчётных усилий на подшипники.

Вопросы гидравлического расчёта разгрузочных устройств, их построения и выбора конструктивных параметров в достаточном объёме изложены в трудах А.А. Ломакина [4], В.А.Марцинковского [5,6], Л.Е. Чегурко [7] и др. Динамические характеристики АОР в литературе освещены в меньшей степени. При этом отмечается, в основном, возможность их неустойчивой работы, как системы регулирования с обратной связью [8 - 11], но вопросы обеспечения виброустойчивости не

рассмотрены. Работа АОР в условиях двигателей летательных аппаратов характеризуется наличием линейных ускорений величиной 5 ... 10g и вибраций с частотами 30 ... 500Гц с амплитудой до 40g, а также и импульсных возмущений величиной до 100g длительностью 1...15мс.

Определение экспериментально характеристик АОР при указанных воздействиях затруднительно и необходимы соответствующие расчётные методы.

Ниже выводятся соотношения, позволяющие уже на этапе проектирования оценить влияние диапазона изменения уравнивающей осевой силы, размеров разгрузочной полости (камеры), свойств рабочей среды в ней (сжимаемости) и других факторов на основные показатели виброустойчивости систем с АОР – коэффициенты виброчувствительности и виброактивности [12].

2 Конструктивная схема АОР

АОР построены по принципу отрицательной обратной связи, позволяющей уравнивать (балансируют) в определенном диапазоне отклонения величин осевых сил турбины, насосов, подшипников и других узлов ТНА. Это достигается путём автоматического

изменения величины компенсирующей (уравновешивающей) составляющей силы АОР.

На рисунке 1 приведена конструктивная схема АОР, которая часто используется в ТНА. Элементы АОР расположены на боковой поверхности колеса 1 центробежного насоса и содержат разгрузочную полость 2, лабиринтное уплотнение 3 на входе в полость 2 и зазор 4 между кольцевыми выступами на корпусе 5 и на колесе 1, которое установлено на роторе 7.

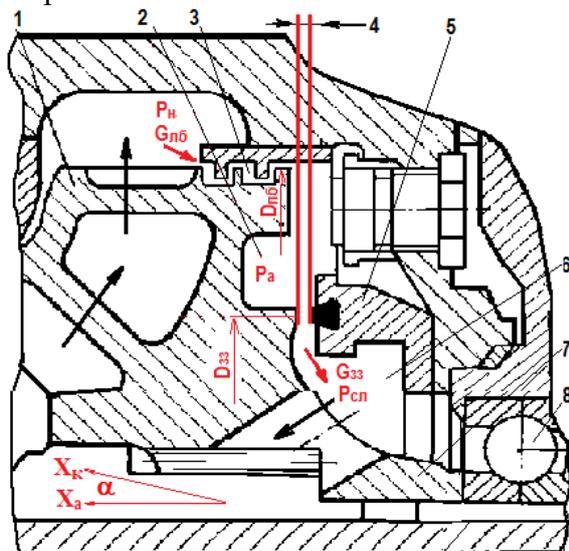


Рисунок 1 Схема автомата осевой разгрузки ТНА

При работе насоса часть перекачиваемой рабочей среды из-за центробежного колеса поступает в лабиринтное уплотнение с расходом $G_{лб}$ и далее в разгрузочную полость. Из полости рабочая среда с расходом $G_{зз}$ через регулируемый зазор 4 поступает в полость слива 6 и далее на вход в насос, а также на радиально-упорный подшипник 8.

Компенсирующая составляющая осевых сил АОР образуется за счет сил давления рабочей среды на торцевую поверхность колеса центробежного насоса в полости между лабиринтным уплотнением и зазором на выходе из неё. Давление в полости переменное из-за изменения величины зазора. Известны схемы АОР с автоматическим изменением площади проходного сечения зазоров на входе и

выходе разгрузочной полости одновременно.

При возникновении небаланса осевых сил ротор смещается от равновесного положения, при этом изменяется величина осевого зазора. Изменение зазора приводит к изменению величины давления в разгрузочной полости АОР и баланс осевых сил восстанавливается.

Обычно ротор ТНА перемещается в пределах осевого люфта радиально-упорного подшипника. Для расширения диапазона регулирования путём увеличения хода ротора допускается перемещение наружной обоймы подшипника.

АОР представляет собой гидромеханическую систему регулирования прямого действия с обратными отрицательными связями по положению ротора и по его скорости. Как любая система регулирования, АОР может иметь аperiodический или колебательный характер переходных процессов по осевым перемещениям в зависимости от величин конструктивных параметров. Широкий диапазон изменения осевых сил на переходных режимах усложняет создание подобных систем и требует исследования их динамических характеристик для обеспечения приемлемого качества переходных процессов, в том числе в условиях повышенной сжимаемости рабочей среды.

3 Математическая модель АОР

Ввиду сложности и недостаточной изученности гидродинамических процессов, связанных с закруткой потока рабочей среды вращающимися механическими частями, математические модели АОР могут быть составлены при определенных допущениях, позволяющих, однако, отразить основные влияющие факторы на качество процессов и оценивать динамические свойства АОР, в том числе их виброустойчивость.

Уравнения математической модели АОР составлены при следующих допущениях:

- ротор считается абсолютно жестким телом и идеализируется как поршень с сосредоточенной массой, для которой справедливы уравнения сплошной среды с одной степенью свободы;
- для расчета осевых сил турбин, насосов, подшипников и др., они идеализируются как диски (диски с отверстиями), на боковые поверхности которых действуют силы давления рабочей среды, при этом величина осевых сил пропорциональна величине соответствующих давлений и эффективной площади диска;
- закрутка рабочей среды у боковых поверхностей дисков, приводящая к появлению тангенциальной скорости течения потока рабочей среды, дает добавки давления, пропорциональные квадрату скорости вращения ротора;
- демпфирование осевых перемещений ротора определяется главным образом эффектом вытеснения рабочей среды из полостей через сосредоточенные сопротивления;
- влиянием сил вязкого трения при движении ротора и центробежного колеса относительно рабочей среды пренебрегается;
- принимается, что потери напора при течении рабочей среды в лабиринтном уплотнении и зазоре подчиняются квадратичному закону (течение турбулентное) с постоянными коэффициентами истечения;
- считается, что площадь кольцевого выступа в осевом зазоре АОР много меньше эффективной площади разгрузочной полости и осевой силой в зазоре можно пренебречь;
- дополнительные перемещения ротора, обусловленные упругими деформациями РУП, учитываются введением осевой составляющей силы упругих деформаций $R_{руп}$, которая задается в виде её зависимости от относительного смещения обойм РУП;
- гидравлическая сеть АОР (рисунок 1) идеализируется как сочетание полости с давлением P_a и каналов, подводящих рабочую среду в разгрузочную полость

(расход $G_{лб}$) и отводящих её из полости (расход $G_{зз}$).

При сделанных допущениях статика и динамика АОР описывается системой нелинейных дифференциальных и алгебраических уравнений, состоящей из уравнения осевых перемещений ротора и уравнений подвода / отвода рабочей среды в разгрузочную полость АОР.

Уравнения АОР могут быть дополнены уравнениями нестационарной гидродинамики в сосредоточенных или, если это требуется, распределенных параметрах для описания течения рабочей среды в каналах (зазорах) и полостях гидравлической сети, прилегающей к гидравлической сети АОР.

Расчёт осевых перемещений ротора.

Ротор можно представить в виде поршня, линейно перемещающегося под действием сил давления рабочей среды и инерционных сил переносного движения при действии ускорения j_k корпуса под углом α между положительным направлением перемещений ротора X_a и корпуса X_k .

Ускорение ротора в абсолютном движении складывается из ускорения в относительном по отношению к корпусу движении - $j_{отн}(d^2X_a/dt^2)$ и переносного вместе с корпусом - $j_{пер}$. Величина $j_{пер}$ определяется как проекция ускорения корпуса $j_k(d^2X_k/dt^2)$ на ось относительного перемещения ротора - $j_{пер} = d^2X_k/dt^2 \cos \alpha = g n_x$. По второму закону механики произведение $M_p(j_{отн} + j_{пер})$ равно сумме действующих на ротор осевых сил в относительном движении $R_{отн}$, т.е.:

$$M_p(d^2X_a/dt^2 + g n_x) = R_{отн} \quad (1)$$

где: M_p - сосредоточенная масса всех элементов, перемещающихся вместе с ротором, g - ускорение силы тяжести, n_x - величина перегрузки вдоль оси перемещений ротора.

Сумма осевых сил $R_{отн}$ включает в себя уравновешивающую R_a силу АОР (произведение давления P_a в разгрузочной полости на величину эффективной площади F_a в ней, равную площади кольца с

диаметрами $D_{лб}$ и $D_{зз}$), силу сухого трения $R_{тр}$, осевую составляющую $R_{руп}$ силы упругих деформаций РУП и сумму осевых сил всех дисков $R_{ос}$, уравниваемых осевой силой R_a . Величина i -й осевой силы равна произведению величины соответствующего давления P_i на эффективную площадь F_i диска.

При расчете эффективной площади диска, имитирующего подшипник, площадь отверстия в нём для протока охлаждающей рабочей среды можно рассчитывать при коэффициенте истечения 0.3 ... 0.4.

Записывая уравнение (1) в виде уравнений для скорости V_a и перемещения X_a ротора получим:

$$M_p dV_a/dt = FaP_a - R_{тр} - R_{руп} - R_{ос} - M_p g n_x \quad (2)$$

$$dX_a/dt = V_a \quad (3)$$

Член $M_p g n_x$ уравнения (2) отражает действие инерционных сил переносного движения. В уравнение (3) вводится ограничение по максимальному X_{max} и минимальному X_{min} положению ротора (его упорам) –

$$X_{min} \leq X_a \leq X_{max}, \quad (4)$$

а в уравнение (2) - ограничение по скорости ротора V_a при его касании об упоры:

$$V_a \geq 0 \text{ при } X_a = X_{min}, \quad V_a \leq 0 \text{ при } X_a = X_{max} \quad (5)$$

Осевая составляющая силы упругих деформаций РУП задается в виде зависимости силы $R_{руп}$ от величины перемещения ротора или от относительного смещения наружной и внутренней обойм (рисунке 2).

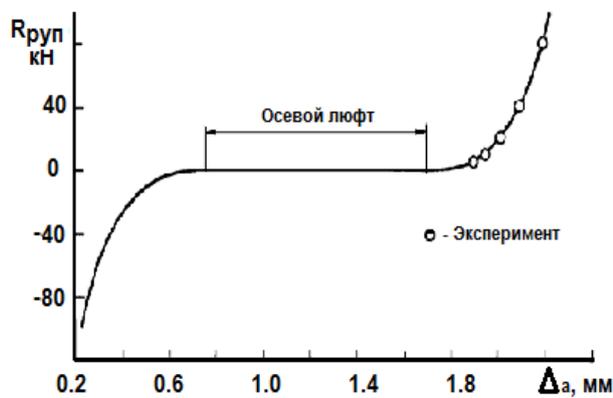


Рисунок 2 Характеристика РУП

Характеристика $R_{руп} = f(X_a)$ определяется путем нагружения осевой силой РУП с закрепленной верхней обоймой и измерения получаемых перемещений ротора (внутренней обоймы). Анализ этой характеристики показывает, что осевой люфт подшипника может составлять до 50 % от полного хода, за пределами которого появляется осевая сила, направленная в ту же сторону, что и компенсирующая сила автомата разгрузки.

В системе разгрузки работают параллельно два автомата осевой разгрузки - гидравлический (непосредственно АОР) и механический в виде радиально-упорного подшипника (РУП), также воспринимающего все приложенные осевые силы.

Силы R_a , $R_{ос}$ и $M_p g n_x$ формируют величину приложенной к ротору силы $R_{пр}$, которой противодействует сила трения $R_{тр}$.

Суммарная сила сухого трения складывается из сил трения верхних обойм подшипников вследствие их локальных прижатий к корпусу и сил трения в шлицевых соединениях ротора (если они имеются). Из-за несимметричного распределения давления в зазоре и других факторов, расчёт сил трения является сложной задачей, требующей знания для конкретных конструкций многих недостоверно известных коэффициентов.

Для расчетов обычно используются экспериментальные данные по силам трения движения и покоя ($R_{дв}$ и $R_{пк}$) конкретных конструкций или же они рассчитываются как произведение коэффициента трения $K_{тр}$ на величину радиальной силы прижатия, равной в первом приближении произведению площади верхней обоймы подшипника ($F_{во}$) на полусумму давлений до ($P_{вх}$) и после неё ($P_{вых}$), т.е.:

$$R_{дв} = 0.5 K_{тр} F_{во} (P_{вх} + P_{вых}) \quad (5)$$

Величина силы трения покоя принята пропорциональной величине силы трения движения с коэффициентом $K_{пк}$, величина которого обычно равна 0.5 ... 2.0:

$$R_{пк} = R_{дв} K_{пк}, \quad K_{пк} = 0.5 \dots 2.0 \quad (6)$$

Если известны значения сил трения движения и покоя, то:

$$\begin{aligned} &=R_{\text{дв}}\text{Sign}(V_a) \text{ при } |V_a| \geq V_{\text{мин}}, \\ R_{\text{тр}} &=R_{\text{пк}}\text{Sign}(R_{\text{пр}}) \text{ при } |V_a| < V_{\text{мин}} \& |R_{\text{пр}}| \geq R_{\text{пк}} \quad (7) \\ &=R_{\text{пр}} \text{ при } |V_a| < V_{\text{мин}} \& |R_{\text{пр}}| < R_{\text{пк}} \end{aligned}$$

Соотношения (7) приближенно описывают следующий механизм действия сил трения. При движении ротора сила трения равна силе трения движения со знаком скорости ротора. После уменьшения скорости ниже минимального значения $V_{\text{мин}}$ и при условии, что величина приложенных сил больше величины силы трения покоя, то сила трения равна силе трения покоя со знаком приложенной силы, в противном случае - величине приложенной силы.

Уравнение расчета давления в разгрузочной полости АОР выводится из уравнения неразрывности с учётом сжимаемости рабочей среды при допущении, что изменение объема полости обусловлено только осевыми перемещениями ротора, которые сопровождаются формированием вытесняемого расхода рабочей среды. Тогда:

$$C_{\text{ак}} dP_a/dt = G_{\text{лб}} - G_{\text{зз}} - k_{\text{п}} dX_a/dt \quad (8)$$

где: $C_{\text{ак}} = M_{\text{п}}/E_{\text{п}}$ - коэффициент акустической сжимаемости; $M_{\text{п}}$, $E_{\text{п}}$ - масса и модуль объёмной упругости рабочей среды в полости; $G_{\text{лб}}$, $G_{\text{зз}}$ - расходы через лабиринт и зазор; $k_{\text{п}} dX_a/dt$ - вытесняемый при движении ротора расход, равный произведению скорости dX_a/dt на коэффициент $k_{\text{п}}$ - произведение площади F_a на плотность среды.

Для расчёта массового расхода в лабиринтном уплотнении и в зазоре ($G_{\text{лб}}$ и $G_{\text{зз}}$) с эквивалентной площадью сечения $F_{\text{лб}}$ и $F_{\text{зз}}$ соответственно, используем известные соотношения для расхода рабочей среды без учёта её инерционности [13]:

$$G_{\text{лб}} = \mu F_{\text{лб}} \sqrt{2\rho_{\text{лб}}(P_{\text{н}} - P_a)}, \quad \mu F_{\text{лаб}} = \text{const} \quad (9)$$

$$G_{\text{зз}} = \mu F_{\text{зз}} \sqrt{2\rho_{\text{зз}}(P_a - P_{\text{сл}})}, \quad \mu F_{\text{зз}} = \mu \pi D_{\text{зз}} X_a \quad (10)$$

В уравнении (10) площадь проходного сечения зазора $F_{\text{зз}}$ равна произведению длины окружности на диаметре $D_{\text{зз}}$ на величину осевого перемещения ротора X_a .

Вместо уравнений расчёта рабочей среды в виде (9-10) могут быть использованы другие соотношения с экспериментально определёнными коэффициентами.

Нелинейная система уравнения (2-10) позволяет рассчитать характеристики АОР на статических и переходных динамических режимах работы ТНА.

4 Диапазон регулирования осевой силы

Диапазон регулирования осевой силы автомата разгрузки $R_{\text{ар}}$ это диапазон изменения разгрузочной составляющей осевых сил R_a в рабочем диапазоне изменения осевого зазора при постоянных граничных условиях для АОР (давлений на входе ($P_{\text{н}}$) и выходе ($P_{\text{сл}}$)). На рисунке 3 приведена характеристика $R_a = f(X_a)$ для ТНА одного из двигателей. Незначительные отличия расчетных данных от экспериментальных можно считать удовлетворительным ввиду сложности происходящих в полостях АОР процессов.

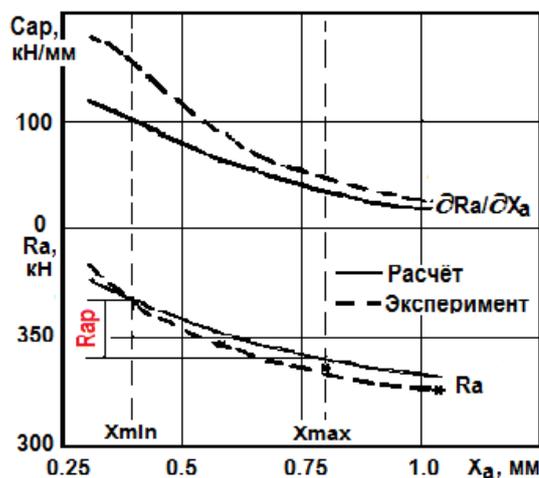


Рисунок 3 Разгрузочная характеристика АОР

Наклон dR_a/dX_a зависимости «сила-перемещение» $R_a = f(X_a)$ имеет размерность пружины и в литературе часто называется коэффициентом гидростатической жёсткости АОР - Cap . Из данных рисунка 3

видно, что с уменьшением зазора величина коэффициента жёсткости увеличивается.

При увеличении частоты вращения ТНА величины диапазона регулирования R_{ap} и коэффициента жёсткости C_{ap} увеличиваются (таблица 1).

Таблица 1 Параметры АОР на разных оборотах ТНА

$n_{ТНА}$, об/мин	7000	10000	14000	16000
R_{ap} , кН	210	400	840	1050
C_{ap} , кН/мм	263	500	1050	1312

Аналитическое выражение для коэффициента C_{ap} выводится из линейной системы уравнений (2 - 10) при допущении о постоянстве составляющих $R_{тр}$, $R_{руп}$ и R_{oc} в уравнении (2) и давлений P_n и $P_{сл}$ в уравнениях (9 и 10). После линеаризации получим:

$$M_p d^2 X_a / dt^2 = F_a P_a - M_p g n_x$$

$$C_a dP_a / dt = G_{лб} - G_{зз} - k_n dX_a / dt$$

$$G_{лб} = [-P_a / (P_n - P_a)] G_{лб} / 2$$

$$G_{зз} = X_a G_{зз} / X_a + [P_a / (P_a - P_{сл})] G_{зз} / 2$$

В линейных уравнениях символ « \wedge » обозначает отклонение переменной, а параметры G_a , X_a , P_n , P_a и $P_{сл}$ - их значение на режиме линеаризации.

Подставляя $G_{лб}$ и $G_{зз}$ в уравнение $\wedge P_a$ и учитывая, что $G_{лб} = G_{зз} = G_a$ имеем:

$$M_p d^2 X_a / dt^2 = F_a P_a - M_p g n_x \quad (11)$$

$$C_a dP_a / dt = - (k_n X_a / G_a dX_a / dt + \wedge X_a) G_a / X_a - \wedge P_a [(P_n - P_{сл}) / (P_n - P_a) / (P_a - P_{сл})] G_a / 2 \quad (12)$$

Умножив левую и правую части уравнения (12) на F_a и учитывая, что $\wedge R_a = \wedge P_a F_a$, а члены с производной в статике равны нулю, получим уравнение для расчёта разгрузочной характеристики АОР в линейном виде:

$$\wedge R_a = -2F_a [(P_n - P_a)(P_a - P_{сл}) / (P_n - P_{сл})] \wedge X_a / X_a$$

Так как $C_{ap} = dR_a / dX_a = \wedge R_a / \wedge X_a$, то получим:

$$C_{ap} = 2F_a (P_n - P_a)(P_a - P_{сл}) / (P_n - P_{сл}) / X_a \quad (13)$$

С учётом (13) уравнение (12) имеет вид:

$$T_a X_a / E_{пд} dP_a / dt = - F_a / C_{ap} \wedge P_a - T_a dX_a / dt - \wedge X_a \quad (12a)$$

где $T_a = M_p / G_a = k_n X_a / G_a$ - время пребывания рабочей среды в разгрузочной полости.

5 Характеристики виброустойчивости

Одной из актуальных задач обеспечения общей надёжности ТНА является задача виброндёжности. Виброндёжность - это виброустойчивость и вибропрочность, при этом под вибропрочностью понимается способность агрегатов не разрушаться при механических воздействиях, а виброустойчивостью - выполнять свои функции и сохранять параметры в пределах установленных норм в условиях вибраций [14].

В литературе и специальных требованиях к агрегатам автоматики двигателей летательных аппаратов изложены лишь общие соображения по их виброустойчивости, суть которых заключается в том, что агрегаты должны быть устойчивыми к воздействию вибраций. Количественных же характеристик и показателей, позволяющих сравнивать и регламентировать виброустойчивость различных агрегатов, нет.

Характеристики виброустойчивости могут быть получены путем проведения функциональных виброиспытаний агрегатов. Это гидравлические испытания с одновременным заданием колебаний (вибраций) их корпусов в требуемом диапазоне частот.

Амплитудная и фазовая частотные характеристика функционирующего агрегата, определяемые как реакция i -го параметра на возмущение в виде гармонической вибрации постоянной амплитуды с разной частотой, - это характеристики виброустойчивости агрегата. Они позволяют количественно оценивать показатели виброустойчивости.

В качестве основных показателей частотных характеристик виброустойчивости обычно используют коэффициенты виброчувствительности и виброактивности [12].

Коэффициент виброчувствительности ($K_{вч}$) определяется (рассчитывается) как процент отклонения величины i -го параметра X_i агрегата (системы) при действии линейного ускорения n_x величиной в одну единицу - 1 g, а

коэффициент виброактивности ($K_{вба}$) показывает усиление / ослабление действия вибраций на параметры системы на j -ой частоте по сравнению со значением на нулевой частоте.

Зависимость в виде величины коэффициента виброактивности на каждой частоте вибраций даёт характеристику виброактивности АОР. Она получается из характеристики виброустойчивости в относительном виде, когда амплитуда i -го параметра AX_i на j -ой частоте f_j отнесена к амплитуде на нулевой частоте AX_0 - $K_{вба} = AX_i / AX_0 = F(f_j)$. При этом видно увеличение / уменьшение начальной амплитуды колебаний ротора.

Для расчёта $K_{вбч}$ и характеристики $K_{вба} = F(f_j)$ целесообразно использовать линейные уравнения (11) и (12а). Без учёта в этих уравнениях динамических членов получаем выражение для расчёта коэффициента виброчувствительности. Имеем:

$$K_{вбч} = \Delta X_a / n_x = M_r g / C_{ар} \quad (14)$$

Видно, что при действии ускорения величина перемещения ротора увеличивается с ростом массы ротора M_r и уменьшением коэффициента гидростатической жёсткости $C_{ар}$. Максимальные величины отклонения ротора реализуются на режиме с минимальной частотой вращения при максимальном зазоре (см. данные рисунка 3 и таблицы 1).

На рисунке 4 приведены характеристики виброактивности АОР ТНА двигателей 1 (пунктирные линии) и 2 (сплошные линии) в трёх точках характеристики $R_a = f(X_a) - X_a = 0.3, 0.6$ и 1.2 мм.

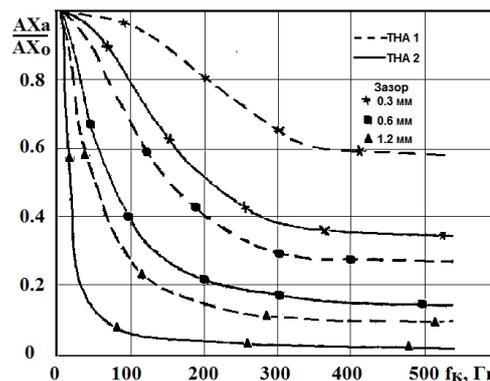


Рисунок 4 Характеристика виброактивности АОР

Амплитуда осевых колебаний ротора ТНА этих двигателей в штатных условиях работы уменьшается с увеличением частоты вибраций в диапазоне $0 \dots 550$ Гц.

Как указывалось выше, работа АОР происходит как в условиях гармонических возмущений (вибрации корпуса ТНА), так и в условиях импульсных (ударных). На рисунке 5 приведены осевые перемещения ротора ТНА при действии импульсной нагрузки треугольной формы длительностью 0.125 с высотой 30 и 60 г от исходного положения ротора 0.6 мм.

Процессы рассчитаны по нелинейной системе уравнений АОР и позволяют определить предельные нагрузки на ротор, при которых не будет его касание об упоры. Максимум величины отклонения ротора реализуется позже максимума перегрузки, что свидетельствует о влиянии сил инерции.

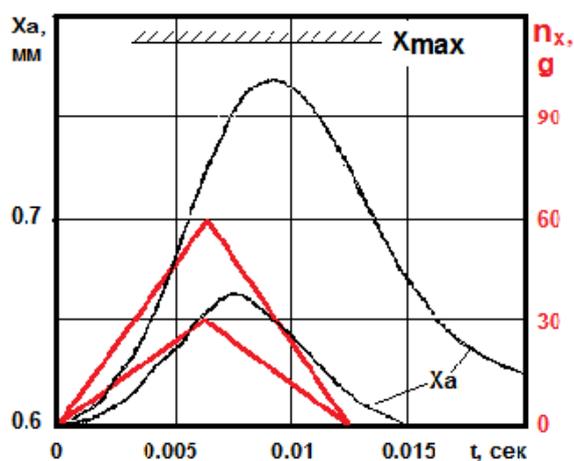


Рисунок 5 Влияние сжимаемости рабочей среды

Усиление виброактивности АОР наблюдается при увеличении сжимаемости

рабочей среды в разгрузочной полости или её объёма. На рисунке 6 приведены характеристики виброактивности в нормальных условиях и при снижении модуля упругости из-за нагрева рабочей среды, появления нерастворенных газовых включений или податливости корпуса насоса.

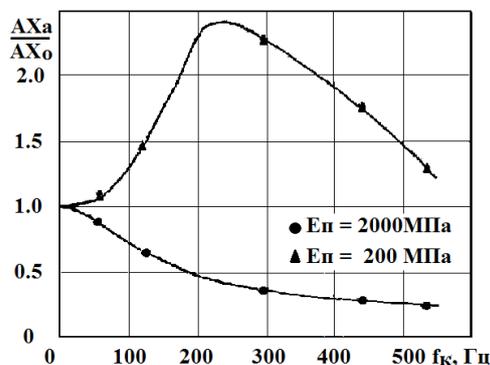


Рисунок 6 Влияние сжимаемости рабочей среды

Величина коэффициента виброактивности на частоте вибраций 230 Гц равна 2.4, т.е. на этой частоте в 2.4 раза возрастает амплитуда колебаний ротора. Это увеличение обусловлено снижением запаса устойчивости АОР из-за наличия сжимаемости рабочей среды в разгрузочной полости и увеличения гидростатической жёсткости. При заданном диапазоне регулирования осевой силы уменьшение виброактивности возможно путём уменьшения объёма разгрузочной полости и увеличения осевого зазора АОР.

Условия устойчивости АОР определяются из характеристического уравнения системы (11) и (12а), которое имеет вид:

$$M_p Ta Ka * p^3 + M_p * p^2 + C_{пр} Ta * p + C_{пр} = 0 \quad (15)$$

где: p – оператор Лапласа, $Ka = C_{ар} X_a / E_p / Fa$.

Пренебрежение сжимаемостью рабочей среды в полостях системы разгрузки или массой подвижных частей делает систему заведомо устойчивой. Совместный учет этих факторов показывает, что АОР потенциально неустойчивы.

Согласно критерия устойчивости Гурвица для системы третьего порядка она устойчива, если произведение средних членов уравнения (15) больше произведения

его крайних членов, т.е. $M_p C_{пр} Ta > M_p C_{пр} Ta Ka$, откуда $Ka \leq 1$ или:

$$C_{ар} X_a / E_p / Fa \leq 1 \quad (16)$$

В работах по динамике гидропривода [15] комплекс, равный произведению квадрата площади поршня F на модуль упругости рабочей среды E разделенный на объем полости V ($F^2 E / V$), называется коэффициентом жесткости гидравлической пружины полости – $C_{гп}$. Тогда в терминах жесткости пружин условие устойчивости (16) имеет вид $C_{ар} \leq Fa E_p / X_a \leq F^2 a E_p / V_p$ или:

$$C_{ар} \leq C_{гп} \quad (17)$$

Автомат осевой разгрузки является устойчивой системой, если в рассматриваемой точке разгрузочной характеристике «сила-перемещение» коэффициент гидростатической жесткости меньше коэффициента жесткости гидравлической пружины разгрузочной полости.

В первом приближении величину гидростатической жесткости АОР можно определить как отношение диапазона регулирования АОР – $R_{ар}$ к величине осевого хода ротора $X_{мах} - X_{мин}$, соответствующего этому диапазону, т.е. $C_{ар} = R_{ар} / (X_{мах} - X_{мин})$. Тогда условие устойчивости (17), записанное в виде предельного значения объёма разгрузочной полости V_p , имеет вид:

$$V_p \leq F^2 a E_p (X_{мах} - X_{мин}) / R_{ар} \quad (18)$$

На рисунке 7 показано влияние объёма разгрузочной полости на качество переходных процессов перемещения ротора в штатных условиях (пунктирные линии) и при увеличении в 3.5 раза объёма полости V^* (сплошные линии). На режиме работы с зазором 0.4 мм и увеличенном объёме имеют место слабозатухающие колебания.

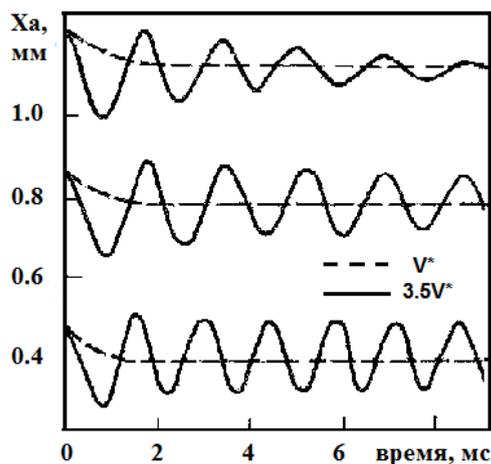


Рисунок 7 Переходные процессы в АОР

Выражение для расчета частоты колебаний на границе устойчивости $\varphi_{ар}$ выводится из выражения мнимой части уравнения (15) и имеет следующий вид:

$$\varphi_{ар} = (C_{ар} / M_p)^{0.5} / 6.28 \quad (19)$$

Расчетный прогноз о неустойчивости системы осевой разгрузки по критериям (16-18) следует рассматривать как необходимость моделирования АОР по более полной нелинейной системе уравнений с учетом других динамических факторов (инерции рабочей среды, сил вязкого трения в подшипниках и др.) для оценки возможных амплитуд колебаний в системе.

В тоже время, принятые выше допущения и использованная простая физическая модель рабочего процесса в АОР рассмотренного типа, позволили получить соотношения, показывающие влияние на качество процессов в системе осевой разгрузки основных параметров АОР — диапазона регулирования, объема разгрузочной полости, площади силового элемента и свойств рабочей среды в виде модуля её упругости.

Зависимость (16-18) позволяют уже на стадии проектирования АОР принять меры для уменьшения его виброактивности путём повышения запаса устойчивости системы.

Необходимые показатели виброустойчивости АОР — коэффициенты виброчувствительности и виброактивности, могут быть обеспечены путём компромисса при выборе гидростатической жесткости

АОР, величина которой разнонаправлено влияет на эти коэффициенты: для уменьшения коэффициента виброчувствительности необходимо увеличивать жесткость, а для снижения виброактивности — уменьшать её. При этом необходимо минимизировать величину расхода рабочей среды, отбираемого в АОР из-за насоса, для увеличения его объёмного коэффициента полезного действия.

Для снижения виброактивности автоматов осевой разгрузки ТНА целесообразно:

- предельно уменьшить объём разгрузочной полости, что и реализовано в АОР нескольких двигателей путем ликвидации дополнительных объемов и пазух;

- максимально увеличивать величину разгрузочной площади (до наружного диаметра крыльчатки насоса), при этом для обеспечения диапазона регулирования требуется меньший перепад давлений;

- расширять, при необходимости, диапазон регулирования осевой силы АОР путём введения в конструкцию ТНА дополнительного разгрузочного диска с нерегулируемым давлением рабочей среды.

Обеспечение виброустойчивости путём демпфирования ротора может сопровождаться ухудшением показателей быстродействия системы осевой разгрузки, что потребует компромисса при выборе параметров.

6 Заключение

1. Виброустойчивость автомата осевой разгрузки (АОР) может быть определена путём анализа частотной характеристики виброустойчивости, полученной расчётным путём или экспериментально при функциональных виброиспытаниях АОР с одновременным заданием колебаний (вибраций) его корпуса в требуемом диапазоне частот.

2. В качестве основных показателей частотной характеристики виброустойчивости могут быть использованы

коэффициенты виброчувствительности и виброактивности. При этом коэффициент виброчувствительности показывает величину перемещения ротора при действии линейного ускорения величиной в одну единицу, а коэффициент виброактивности - усиление / ослабление действия вибраций на параметры системы на j -ой частоте по сравнению со значением на нулевой частоте.

3. Величина коэффициента виброчувствительности прямо пропорционально массе ротора и обратно пропорциональна коэффициенту гидростатической жесткости АОР, который в первом приближении равен отношению диапазона регулирования АОР к максимальной величине регулируемого осевого зазора.

4. Величина коэффициента виброактивности снижается при уменьшении объема разгрузочной полости АОР, увеличении его разгрузочной площади, а также осевого зазора и модуля упругости рабочей среды. С увеличением диапазона регулирования осевой силы при той же величине зазора виброактивность АОР повышается.

5. Разработана математическая модель АОР, позволяющая рассчитывать его статические и динамические характеристики с учётом действия инерционных сил переносного движения, осевой составляющей сил радиально-упорного подшипника и силы сухого трения, а также использованием в линейных уравнениях коэффициента гидростатической жёсткости в явном виде.

Список использованных источников

[1] ГОСТ 17655-89 Двигатели ракетные жидкостные. Термины и определения, М., 1991, 59 с.
 [2] Швецова Д. С. Автоматы осевой разгрузки / Д. С. Швецова, Т. А. Королёва // Журнал «Актуальные проблемы авиации и космонавтики», Изд.: ФГБОУ «Сибирский государственный университет науки и технологий имени академика

М.Ф. Решетнева"». – Красноярск, 2016. - Т.1. - №12. - С. 222-223.

[3] Новиков Д. К. Основы конструирования авиационных двигателей и энергетических установок. Учебное пособие. / Д. К. Новиков. - Самара: Изд. СГАУ, 2012. – 87 с.

[4] Ломакин А. А. Центробежные и осевые насосы / А. А. Ломакин. - Л.: Машиностроение, 1966, - 364 с.

[5] Марцинковский В. А. Гидродинамика и прочность центробежных насосов / В. А. Марцинковский. – М.: Машиностроение, 1970, - 270с

[6] Марцинковский В. А. Бесконтактные уплотнения роторных машин / В. А. Марцинковский – М.: Машиностроение, 1980, 200 с.

[7] Чегурко Л. Е. Разгрузочные устройства питательных насосов тепловых электростанций / Л. Е. Чегурко. – М.: Энергия, 1978, - 160 с.

[8] Овруцкая Н. Б. Об осевой устойчивости ротора турбомашин при наличии разгрузочного устройства / Н. Б. Овруцкая, М. З. Хейфец // Труды ЛМЗ, 1957. - Вып. № 5. - С. 345-350.

[9] Марцинковский В. А. Анализ осевой устойчивости роторов питательных насосов / В. А. Марцинковский // Энергомашиностроение. – 1973. - № 4. – С. 28-30.

[10] Павленко И. В., Корчак А. Анализ динамики гидропаты с податливым упорным кольцом / И. В. Павленко, А. Корчак // Вісник Сумського державного університету, Серія Технічні науки. – 2007. - №1. - С. 45-53.

[11] Виноградов А. С. Проектирование разгрузочного устройства упорного подшипника ротора турбомашин / А. С. Виноградов, С. В. Фалалеев // «Проблемы машиностроения и надежности машин». – 2017. - Вып.5. – С. 88-95.

[12] Гулиенко А. И. Влияние вибраций на характеристики гидромеханических регуляторов // Journal of Dynamics and Vibroacoustics. – Самара: СГАУ, 2018. – Т. 4. - №1. – С. 6-16.

[13] Гимадиев А. Г. Математическая модель клапана ЖРД с учётом гидродинамической силы / А. Г. Гимадиев, Д. М. Стадник, Д. С. Братчинин. Труды 2-й международной научно-технической конференции «Динамика и виброакустика машин». – Самара: СГАУ, 2014. - С. 237-243.

[14] Вибрации в технике. Справочник. - М.: Машиностроение, 1967. Т.1.

[15] Динамика гидропривода / Под ред. В. Н. Прокофьева. - М.: Машиностроение, 1972. - 288 с.

VIBRATION RESISTANCE OF THE AUTOMATIC DEVICE OF AXIAL UNLOADING OF THE TPU**Anatoly I. Gulienko**

Central Institute of Aviation Motors
(CIAM),
2 Aviamotornaya St.,
Moscow, Russian Federation
111116
goulienko-contrl@ciam.ru

The results of vibration resistance research of automatic device axial unloading of turbopump unit (TPU) are reviewed. The mathematical model of the device of this type is developed. She allows to define at a design stage influence on vibration resistance system key parameters - a range of regulation of axial force, volume of the unloading chamber and compressibility of a working liquid. Frequency characteristics vibration activity and transients on axial moving of a rotor influences in the form of jump and blow are resulted.

Keywords: Automatic device axial unloading; vibration resistance; vibration activity

References

- [1] Engines the rocket liquid. Terms and definitions. GOST 17655-89, 1991.
- [2] Shvetsova, D.S. and Korolyova, T.A. (2016) "Machines Axial Unloading", *Journal «Actual problems of aircraft and astronautics»*, Reshetnev Siberian State Aerospace University, vol.1, no. 12, pp. 222-223.
- [3] Novikov D.K. (2012), *Design principles of aviation engines and power installations. User manual*, SSAU, Samara, Russia, 87 p.
- [4] Lomakin A. A. (1966), *Centrifugal and Axial Pumps*, Mashinostroeniye, Leningrad, Russia, 364 p.
- [5] Martsinkovsky V.A. (1970), *Gidrodinamika and Durability of Centrifugal Pumps*, Mashinostroeniye, Moscow, Russia, 270 p.
- [6] Martsinkovsky, V.A. (1980), *Contactless sealing rotary machine*, Mashinostroeniye, Moscow, Russia, 200 p.
- [7] Chegurko, L.E. (1978), *Unloading of the device of nutritious pumps of thermal power stations*, Energy, Moscow, Russia, 160 p.
- [8] Ovrutskaja N.B. and Heifetz, M.Z. (1957), *About axial stability of a rotor of turbomachines in the presence of the unloading device*, «Papers LMF», issue 5, pp. 345-350.
- [9] Martsinkovsky, V.A. (1973), The analysis of axial stability of rotors of nutritious pumps, *Energomashinostroeniye*, no. 4, pp. 28-30.
- [10] Pavlenko, I.V. and Korchak, A. (2007), "The analysis of dynamics of hydraulic discharge device with the pliable stop ring", *Vesnik of the Sumy State University. A series "Engineering Science"*, no. 1, pp. 45-53.
- [11] Vinogradov A.S. and Falaleev, S.V. (2017), "Designing of the unloading device of the persistent bearing of a rotor of a turbomachine", *Journal "Problems of mechanical engineering and reliability of machines"*, issue 5, pp. 88-95.
- [12] Gulienko, A.I. (2018), *Influence of Vibrations on Characteristics of Hydromechanical Regulators*, *Journal of Dynamics and Vibroacoustics*, Samara, Russia, vol. 4, no. 1, pp. 6-16.
- [13] Gimadiev, A.G., Stadnik D.M. and Bratchinin, D.S. (2014), *Mathematical Model LRE Valve Given the Hydrodynamic Forces*, *Papers of the second International Scientific and Technical Conference «Dynamics and Vibroacoustics»*, SSAU, Samara, Russia, pp. 237-243.
- [14] *Vibrations in the Technician*, (1967), A directory, *Mashinostroeniye*, Moscow, Russia, vol. 1.
- [15] Prokofiev, V.N. (ed.) (1972), *Dynamics of a hydrodrive*, *Mashinostroeniye*, Moscow, Russia, 288 p.

DOI: 10.18287/2409-4579-2018-4-3-42-49
УДК 681.522

УПРАВЛЕНИЕ ПРОЦЕССОМ КОЛЕБАНИЙ ВИБРОЗАЩИТНЫХ СИСТЕМ С ДИНАМИЧЕСКИМ ГАСИТЕЛЕМ

**В.И. Чернышев,
О.В. Фомина**

Орловский государственный
университет
имени И.С. Тургенева
ул. Комсомольская, 95,
г. Орел, Российская Федерация
302026
chernyshev_46@mail.ru

В статье рассматриваются теоретические аспекты управления процессом колебаний в системах виброзащиты с динамическим гасителем на основе использования современных информационных технологий. Дано обоснование принципа минимума и минимаксной процедуры формирования оптимального управления процессами колебаний. Показано, что прямой метод интегрирования уравнений состояния, при соблюдении минимаксной процедуры, позволяет непосредственно на каждом шаге интегрирования, находить значения компонент вектора оптимального управления. Алгоритм минимаксной процедуры принципа минимума использован для решения оптимизационной задачи динамического гашения колебаний, – найдена синтезирующая функция управления, которая позволяет устранить резонансные явления и обеспечить затухание переходных процессов в пределах одного периода кинематического воздействия.

Ключевые слова: *Оптимальное управление; принцип минимума; синтезирующая функция управления; прерывистое демпфирование; виброзащитная система с динамическим гасителем; математическое моделирование*

1 Введение

Основные положения прикладной теории виброзащитных систем, как управляемых динамических объектов, разрабатываются и развиваются в рамках теории оптимального управления [1], [2], [3]. В этой связи все объективные трудности, которые встречаются при решении оптимизационных задач данного типа, не нашли должного разрешения и в прикладной теории. Так введение присоединенного вектора вдвое увеличивает размерность исходной модели динамического объекта и усложняет её анализ, а сведение оптимизационной задачи управления к аналогу краевой задачи предопределяет использование достаточно сложных информационных технологий, которые не всегда позволяют находить недостающие начальные условия.

Применительно к системам виброзащиты существует потребность в разработке новых алгоритмов нахождения оптимального управления, которые не связаны непосредственно с решением краевой задачи [4], [5]. Но это возможно только тогда, когда

отпадает необходимость в использовании компонент присоединенного вектора и соответствующих дополнительных дифференциальных уравнений. Очевидно, что такая возможность предоставляется, если использовать общие подходы метода динамического программирования, т.е. выполнять процедуры «однозначной координации» оптимального управления с компонентами колебательного процесса и с принятым критерием качества. Причем данная координация должна осуществляться в амплитудно-фазовой области, то есть на каждом шаге интегрирования исходной системы дифференциальных уравнений. Следует отметить, что в данной постановке процедура нахождения оптимальных алгоритмов управления динамическими процессами носит достаточно общий характер и, как следствие, применима не только к линейным, но и к нелинейным объектам.

Переход к управляемым системам виброзащиты, в составе которых имеются упруго присоединенные массы (динамические гасители), предпринимается с целью устранить известные недостатки

метода динамического гашения колебаний [6], [7], [8]. Основные недостатки данного метода связаны с тем, что необходимо выполнять условие синхронизации колебаний на парциальных частотах, учитывать большие (резонансные) амплитуды колебаний присоединенной массы и длительность переходных процессов.

Известны различные способы управления процессом динамического гашения колебаний [1,9]. Наиболее перспективным является способ непрямого управления параметрами упругодемпфирующих звеньев системы, который использует «полную» информацию о движении как защищаемого объекта и присоединенной массы, так и подвижного основания [10], [11]. Среди соответствующих систем реализующих не прямое управление следует выделить системы с демпфером прерывистого действия и с дополнительным упругим элементом переменной жесткости [12], [13].

Чтобы разобраться, как формируются компенсационные воздействия, при которых достигается положительный эффект реализации управляемого процесса динамического гашения колебаний, необходимо корректно поставить и решить соответствующую оптимизационную динамическую задачу. Для решения данных задач используют математический аппарат теории оптимального управления [2], [14]. Однако получить аналитическое решение удастся только в отдельных случаях. Поэтому, как правило, используют численные методы и современные информационные технологии [15].

2 Математическая модель и постановка оптимизационной задачи управления

Расчетная схема нелинейной виброзащитной системы с управляемым динамическим гасителем приведена на рисунке 1.

Управление процессом динамического гашения колебаний осуществляется посредством изменения вязкого

сопротивление демпфера, который установлен последовательно между динамическим гасителем и подвижным основанием [16]. Такое расположение управляемого демпфера позволяет использовать «полную» текущую информацию для эффективного формирования компенсационного воздействия.

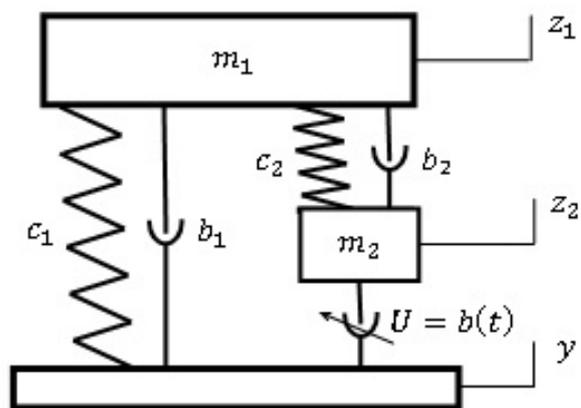


Рисунок 1. Расчетная схема виброзащитной системы с управляемым динамическим гасителем

В теоретическом плане управление отождествляется с вязким сопротивлением $U(t) = b(t)$.

Принимаем, что значения вязкого сопротивления ограничены $0 \leq U(t) \leq U_0$.

При детерминированном кинематическом возмущении $y(t) = y_0 \sin \omega t$ уравнения, описывающие движение данной системы, имеют вид:

$$\begin{aligned}
 \ddot{z}_1 &= -\frac{1}{m_1} [b_1 (\dot{z}_1 - \dot{y}) + c_1 (z_1 - y) + \\
 &+ b_2 (\dot{z}_1 - \dot{z}_2) + c_2 (z_1 - z_2)] = \\
 &= f_1(z_1, \dot{z}_1, z_2, \dot{z}_2, t),
 \end{aligned} \tag{1}$$

$$\begin{aligned}
 \ddot{z}_2 &= -\frac{1}{m_2} [b_2 (\dot{z}_2 - \dot{z}_1) + c_2 (z_2 - z_1) + \\
 &+ U(t) (\dot{z}_2 - \dot{y})] = f_2(z_1, \dot{z}_1, z_2, \dot{z}_2, U, t).
 \end{aligned}$$

Не нарушая общности постановки оптимизационной задачи, будем полагать, что нелинейные характеристики упругих элементов имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} c_1 &= \alpha_1 + \beta_1 (z_1 - y)^2, \\ c_2 &= \alpha_2 + \beta_2 (z_1 - z_2)^2, \end{aligned} \quad (2)$$

где $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2$ – постоянные коэффициенты.

Сформулируем задачу оптимального управления процессом динамического гашения колебаний [14].

Для системы уравнений (1), представленной в форме Коши:

$$\begin{aligned} \dot{x}_0 &= x_1, \quad \dot{x}_1 = f_1(x, t), \\ \dot{x}_2 &= x_3, \quad \dot{x}_3 = f_2(x, u, t), \end{aligned} \quad (3)$$

требуется найти управление u , при котором функционал

$$\int_0^T x_1^2 dt \rightarrow \min, \quad (4)$$

определяющий эффективность виброзащиты, принимает минимальное значение.

При переходе от системы уравнений (1) к (3) приняты следующие подстановки: $z_1 \rightarrow x_0, \dot{z}_1 \rightarrow x_1, z_2 \rightarrow x_2, \dot{z}_2 \rightarrow x_3, u = U(t)$.

Используем формализм Гамильтона [14], запишем гамильтониан:

$$H = -x_1^2 + p_0 x_1 + p_1 f_1(x, t) + p_2 x_3 + p_3 f_2(x, u, t). \quad (5)$$

Компоненты присоединенного вектора $p = (p_0, p_1, p_2, p_3)$ определяются из уравнений [16]:

$$\dot{p}_i = -\partial H / \partial x_i \quad (i = 0, \dots, 3) \quad (6)$$

Имеем:

$$\begin{aligned} \dot{p}_0 &= -p_1 \frac{\partial f_1(x, t)}{\partial x_0} - p_3 \frac{\partial f_2(x, u, t)}{\partial x_0}, \\ \dot{p}_1 &= -p_0 - p_1 \frac{\partial f_1(x, t)}{\partial x_1} - p_3 \frac{\partial f_2(x, u, t)}{\partial x_1} + 2x_1, \\ \dot{p}_2 &= -p_1 \frac{\partial f_1(x, t)}{\partial x_2} - p_3 \frac{\partial f_2(x, u, t)}{\partial x_2}, \\ \dot{p}_3 &= -p_1 \frac{\partial f_1(x, t)}{\partial x_3} - p_3 \frac{\partial f_2(x, u, t)}{\partial x_3}. \end{aligned} \quad (7)$$

Из принципа максимума Понтрягина [14] находим структуру оптимального управления:

$$\max_u H \rightarrow \max_u [p_3 f_2(x, u, t)]. \quad (8)$$

Отсюда:

$$u = \begin{cases} u_0, p_3 (x_3 - \dot{x}(t)) < 0, \\ 0, p_3 (x_3 - \dot{x}(t)) > 0. \end{cases} \quad (9)$$

Объединим уравнения (3) и (7) в одну систему, используя замены: $p_0 \rightarrow x_4, p_1 \rightarrow x_5, p_2 \rightarrow x_6, p_3 \rightarrow x_7$ и свертку информации $u = u_0 \cdot \text{if} [x_7 (x_3 - \dot{x}(t)) < 0, 1, 0]$ для (9). В результате получаем замкнутую систему уравнений не содержащих явно управление u :

$$\begin{aligned} \dot{x}_0 &= x_1, \quad \dot{x}_1 = f_1(x, t), \quad \dot{x}_2 = x_3, \quad \dot{x}_3 = f_2(x, t), \\ \dot{x}_4 &= -x_5 \frac{\partial f_1(x, t)}{\partial x_0} - x_7 \frac{\partial f_2(x, t)}{\partial x_0}, \\ \dot{x}_5 &= -x_4 - x_5 \frac{\partial f_1(x, t)}{\partial x_1} - x_7 \frac{\partial f_2(x, t)}{\partial x_1} + 2x_1, \\ \dot{x}_6 &= -x_5 \frac{\partial f_1(x, t)}{\partial x_2} - x_7 \frac{\partial f_2(x, t)}{\partial x_2}, \\ \dot{x}_7 &= -x_5 \frac{\partial f_1(x, t)}{\partial x_3} - x_7 \frac{\partial f_2(x, t)}{\partial x_3}. \end{aligned} \quad (10)$$

Путем решения объединенной системы уравнений (11) можно определить оптимальное управление и совокупность оптимальных фазовых координат и компонент присоединенного вектора.

На интервале $0 \dots t \dots 2\pi/\omega = T$ фазовые координаты и управление должны удовлетворять условию периодичности. В этом случае решение системы уравнений (11) сводится к решению краевой задачи, когда поиск неизвестных периодических конечных значений фазовых координат производится при заданных нулевых конечных значениях компонент присоединенного вектора:

$$\begin{aligned} x_i(0) &= x_i(T), \quad (i = 0, \dots, 3) \\ x_j(0) &= 0, \quad x_j(T) = 0. \quad (j = 4, \dots, 7) \end{aligned} \quad (11)$$

Соотношения (12) определяют признак оптимальности получаемых решений для совокупности фазовых координат и компонент присоединенного вектора и, как следствие, для управления (9).

Как уже отмечалось решение краевой задачи, особенно в нелинейной постановке, крайне затруднено. Поэтому далее будем использовать алгоритм минимаксной процедуры, который позволяет находить решение оптимизационных задач данного типа посредством прямого интегрирования исходной системы дифференциальных уравнений – в нашем случае дифференциальных уравнений (3). При этом уравнения и соотношения краевой задачи (10) и (11) можно использовать для проверки полученного оптимального решения.

3 Минимаксная процедура нахождения оптимального управления

Рассмотрим задачу оптимального управления:

$$J = \int_0^T F(x, u, t) dt \rightarrow \min, \quad (12)$$

$$\dot{x} = f(x, u, t), \quad (x, u) \in V. \quad (13)$$

Требуется найти допустимый процесс $\tilde{v} = (\tilde{x}, \tilde{u}) \in V$, который минимизирует функционал (12) при наличии внешних дифференциальных связях и заданных ограничениях (13).

Поскольку

$$\min \int_0^T F(x, u, t) dt = \int_0^T F(\tilde{x}, \tilde{u}, t) dt, \quad (14)$$

то достаточным условием оптимальности является

$$\min_{(x, u) \in V} F(x, u, t) = F(\tilde{x}, \tilde{u}, t) \text{ при } t \in [0, T]. \quad (15)$$

Соотношение (15) и определяет принцип минимума для исходной оптимизационной задачи (12), (13).

Обоснуем возможность применения прямого метода последовательной (пошаговой) реализации принципа минимума для нахождения оптимального управления процессом виброзащиты.

Системы виброзащиты относятся к классу динамических систем, которые совершают колебательные движения, т.е. в фазовом пространстве изображающая точка описывает периодически замкнутые фазовые траектории. Это свойство должно сохраняться при любом допустимом управлении.

На основании сказанного сформулируем следующее утверждение.

Теорема принципа минимума. Если при допустимом управлении $\tilde{u} \in U$, которое находится в результате применения прямого метода последовательной (пошаговой) реализации принципа минимума (15), система виброзащиты совершает колебательные движения, то данное допустимое управление является оптимальным.

Применение минимаксной процедуры принципа минимума гарантирует, что на

допустимом процессе $\varphi = (\dot{x}, \dot{y}) \in V$ интегральный критерий качества принимает наименьшее значение по сравнению с возможными его значениями на других допустимых процессах,

$$\text{т.е. } \int_0^T F(x, u, t) dt > \int_0^T F(\dot{x}, \dot{y}, t) dt.$$

Если в результате минимаксной процедуры получен оптимальный процесс, то на любом «внутреннем» интервале следования, например, от некоторой промежуточной точки к конечной точке фазового пространства соответствующий процесс также является оптимальным. Аналогичное утверждение справедливо в отдельности и для управления и для фазовой траектории, поскольку они являются «переменными» одного и того же оптимального процесса. В частности, любой отрезок (участок) оптимальной фазовой траектории, полученной в результате минимаксной процедуры, также будет оптимальным.

4 Результаты моделирования

В результате моделирования установлено, что оптимальные переключения управляемого демпфера по алгоритму «включить – выключить» происходят при смене знака соответственно относительной и абсолютной скорости, то есть демпфер включается в работу, когда изменяется знак относительной скорости $(\dot{z}_2 - \dot{y}(t))$, а выключается из работы, когда изменяется знак абсолютной скорости \dot{z}_1 .

В таблице 1 приведены выборочные результаты расчетов коэффициентов динамичности – безразмерных амплитуд установившихся колебаний защищаемого объекта $A(\eta) = z_1/y_0$ и присоединенной массы $B(\eta) = z_2/y_0$ при следующих параметрах системы (1): $\mu = m_2/m_1$; $\lambda = c_2/c_1$; $k_1 = \sqrt{c_1/m_1}$; $\varepsilon_1 = b_1/m_1 k_1$; $\varepsilon_2 = b_2/m_1 k_1$; $u_0 = U_0/m_1 k_1$.

Таблица 1. Амплитуды колебаний $A(\eta)$ и $B(\eta)$ (числитель / знаменатель)

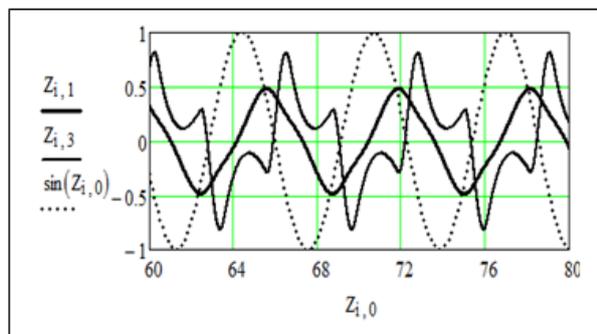
$\eta = \omega/k_1$							$\beta_1 =$
0,8	1,	1,	1,	1,	1,	2,	
	0	2	4	6	8	0	
1,06 1,45	0, 83	0,5 2	0,3 6	0,2 9	0,2 5	0,24 0,7	0,0
	1, 37	1,0 1	0,8 2	0,7 3	0,6 9	0,7 2	
1,08 1,45	1, 04	0,6 3	0,4 2	0,3 3	0,2 7	0,2 4	0,2
	1, 58	1,1 8	0,9 3	0,7 9	0,7 4	0,7 0	
0,99 1,43	0, 66	0,4 3	0,3 3	0,2 6	0,2 4	0,2 1	0,2
	1, 16	0,8 8	0,7 5	0,6 7	0,6 7	0,6 2	
Примечание: $\mu = 0,1$; $\lambda = 2$; $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = 0,1$; $u_0 = 6$; $\alpha_1 = \alpha_2 = 1$.							

Сопоставлялись варианты моделирования системы с линейной $\beta_1 = \beta_2 = 0$, жесткой $\beta_1 = \beta_2 > 0$ и мягкой $\beta_1 = \beta_2 < 0$ характеристикой упругих элементов (2).

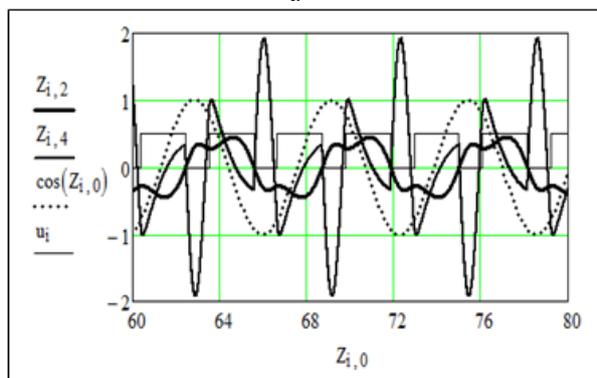
В диапазоне частот $0,8 \leq \eta \leq 2$ амплитуды колебаний $A(\eta)$ и $B(\eta)$ монотонно уменьшаются с увеличением частоты кинематического возмущения. Это свидетельствует о том, что при оптимальном управлении резонансные явления в системе не проявляются. Причем на опорной частоте $\eta = 1,4$ значения коэффициентов динамичности для защищаемого объекта меньше единицы в 3,04, 2,72 и 2,38 раза, соответственно, при мягкой, линейной и жесткой характеристике упругих элементов. Данный положительный эффект при использовании нелинейных упругих элементов с мягкой характеристикой проявляется на всем рассматриваемом диапазоне частот. Характерно также, что амплитуды колебаний $B(\eta)$ ограничены и соизмеримы с амплитудой кинематического возмущения. Так в области высоких частот они всюду меньше единицы. Как следствие, при проектировании виброзащитных систем с управляемым динамическим гасителем данного типа можно существенно

уменьшить габариты для подсистемы «упругий элемент – присоединенная масса».

Характерные графики колебательных процессов и П-образных циклограмм управления представлены на рисунке 2.



а



б

$$\eta = 1,4; u_0 = 2,0; \lambda = 2,0; \varepsilon_1 = 0,1; \varepsilon_2 = 0,1;$$

$$u_i = 0,5(u/u_0); Z_{i,1} = z_1/y_0; Z_{i,2} = \dot{z}_1/y_0\omega;$$

$$Z_{i,3} = z_2/y_0; Z_{i,4} = \dot{z}_2/y_0\omega$$

Рисунок 2. Графики перемещений (а); графики скоростей и П-образных циклограмм управления (б)

При установившихся колебаниях графики перемещений и скорости защищаемого объекта являются полигармоническими с преобладающей первой (основной) гармоникой, частота которой совпадает с частотой кинематического возмущения. Следует отметить, что переходные процессы, например, при ударном воздействии затухают в пределах одного периода, то есть исследуемая система обладает повышенными противоударными свойствами, которые можно

охарактеризовать следующим образом: «один толчок – одно колебание».

5 Заключение

Сформулирована и обоснована теорема принципа минимума для управляемых виброзащитных систем, – если при допустимом управлении, которое находится в результате применения прямого метода последовательной (пошаговой) реализации принципа минимума, виброзащитная система совершает колебательные движения, то данное допустимое управление является оптимальным. Алгоритм минимаксной процедуры, который реализует прямой метод последовательного решения оптимизационной задачи при численном интегрировании исходных уравнений состояния системы, позволяет на каждом шаге интегрирования находить значения компонент вектора оптимального управления. При этом признак «замкнутости фазовых траекторий легко контролируется» и не осложняет процесс реализации минимаксной процедуры принципа минимума.

В результате использования информационных технологий, обеспечивающих реализацию принципа минимума, была решена оптимизационная задача динамического гашения колебаний, – найдена синтезирующую функцию управления, которая позволяет устранить резонансные явления и обеспечить затухание переходных процессов в пределах одного периода кинематического воздействия. Установлено, что динамические свойства систем данного типа существенно зависят от нелинейных характеристик упругих элементов.

6 Благодарности

Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда по проекту № 16-19-00186.

Список использованных источников

[1] Вибрации в технике: Справочник. Т.6. Защита от вибрации и ударов / Под ред. акад. К. В. Фролова. – М.: Машиностроение, 1981. – 456 с.

[2] Троицкий В. А. Оптимальные процессы колебаний механических систем / В. А. Троицкий. – Л.: Машиностроение, 1976. – 248 с.

[3] Фомина О. В. Прерывистое демпфирование в системах виброзащиты: основы теории, приложения / О.В. Фомина. – М.: Машиностроение-1, 2005. – 256 с.

[4] Чернышев В.И. Проявление локального эффекта в методе динамического программирования и оптимальное управление виброзащитных систем / Чернышев В.И. // Известия вузов. Приборостроение, 1993. – № 5. – С. 55-59.

[5] Фомина О. В. Теоретические аспекты формирования оптимальных управляемых процессов виброзащиты / О. В. Фомина, Л. А. Савин, В. И. Чернышев // Известия юго-западного государственного университета. Серия: техника и технологии, Издательство: ЮЗГУ. - Курск, 2013. – № 3. – С. 44-50.

[6] Баландин Д. В. Синтез активного динамического гасителя колебаний с использованием линейных матричных неравенств. // Д. В. Баландин, И. А. Федоров // Вестник Нижегородского университета им. Н.Н. Лобачевского, 2007. – № 6. – С. 153-159.

[7] Чернышев В. И. Виброзащитная система с управляемым динамическим гасителем / В. И. Чернышев, О. В. Фомина, Т. А. Барбашова // Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии, 2011. – № 5. – С. 3-10.

[8] Чернышев В.И., Фомина О.В., Барбашова Т.А. Оптимизация процесса демпфирования в системе виброзащиты с динамическим гасителем / В. И. Чернышев, О. В. Фомина, Т. А. Барбашова // Фундаментальные и прикладные проблемы техники и технологии, 2014. – № 5 – С.47-52.

[9] Чернышев В. И., Фомина О. В., Петракова О. А., Колинко Е. А. Динамический гаситель // Патент России № 2374520. 2008. Бюл. № 33.

[10] Бенсуан А. Импульсное управление и квазивариационные неравенства / А. Бенсуан, Ж. Лиож. – М.: Наука, 1987. – 596 с.

[11] Чернышев В. И. Ударное демпфирование колебаний при непрямом импульсном управлении / В. И. Чернышев // Известия Вузов, Машиностроение, 1997. – № 7-9. – С. 5-10.

[12] Чернышев В. И. Система виброизоляции с управляемым демпфером / В. И. Чернышев, О. В. Фомина, Е. Б. Белозерова // Справочник. Инженерный Журнал, 2012. – № 6. – С. 3-10.

[13] Чернышев В. И. Систематизация виброзащитных систем с дополнительным упругодемпфирующим звеном прерывистого

действия / В. И. Чернышев, О. В. Фомина, Е. М. Гнеушева // Справочник. Инженерный Журнал, 2004. – № 9. – С. 31-35.

[14] Фомина О. В. Экстремальные задачи и оптимизация: введение в теорию непрямого импульсного управления процессами колебаний / О. В. Фомина, Ю. С. Степанов, В. И. Чернышев. – М.: Издательский дом «Спектр», 2011. – 218 с.

[15] Ивановский Р. И. Компьютерные технологии в науке и образовании. Практика применения систем Mathcad Pro / Р. И. Ивановский. – М.: Высш. шк., 2003. – 431 с.

[16] Чернышев В. И., Фомина О. В., Барбашова Т. А. Динамический гаситель // Патент на полезную модель № 122721 РФ, опубл. 10.12. 2012. Бюл. № 34.

CONTROLLING THE VIBRATION PROCESS OF VIBRATION PROTECTION SYSTEMS WITH DYNAMIC DAMPING

Vladimir I. Chernyshev,
Olga V. Fominova

Orel State University
named after I.S. Turgenev
95, Komsomolskaya st.,
Orel, Russian Federation
302026
chernyshev_46@mail.ru

The article deals with theoretical aspects of controlling the oscillation process in vibration protection systems with a dynamic damping based on the use of modern information technologies. The justification of the principle of minimum and minimax procedure for the formation of optimal control of oscillation processes is given. It is shown that a direct method of integrating the equations of state, when observing the minimax procedure, allows us to find the values of the components of the optimal control vector directly at each integration step. The minimax procedure algorithm of the minimum principle is used to solve the optimization problem of dynamic damping of oscillations. A synthesizing control function is found that allows eliminating resonant phenomena and providing attenuation of transient processes within a single period of kinematic action.

Key words: *Optimal control; the principle of a minimum; synthesizing control function; intermittent damping; vibration-proof system with a dynamic damping; mathematical modeling*

References

- [1] Frolova, K.W. (ed.) (1981), *Vibrations in technology: Reference. Protection from vibration and shock*, Mechanical Engineering, Moscow, Russia, vol. 6, 456 p.
- [2] Troitsky, V.A. (1976), *Optimal processes of oscillations of mechanical systems*, Mechanical Engineering, Leningrad, Russia, 248 p.
- [3] Fominova, O.V. (2005), *Intermittent damping in systems of vibration-shielding: the fundamentals of the theory, applications*, Mashinostroenie-1, Moscow, Russia, 256 p.
- [4] Chernyshev, V.I. (1993), "The manifestation of a local effect in the method of dynamic programming and the optimal control of vibration protection systems", *News of universities, Instrument making*, no. 5, pp. 55-59.
- [5] Fominova, O.V., Savin, L.A. and Chernyshev, V.I. (2013), "Theoretical aspects of the formation of optimal controlled vibration protection processes", *Izvestiya Yugo-Zapadnogo Gosudarstvennogo Universiteta, Series: technika and technology [Proceedings of the South-West State University. Series: equipment and technology]*, Publisher: YuZG, Kursk, Russia, no. 3, pp. 44-50.
- [6] Balandin, D.V. and Fedorov, I.A. (2007), "Synthesis of an active dynamic vibration damper using linear matrix inequalities", *Vestnik of Lobachevsky State University of Nizhni Novgorod*, Nizhni Novgorod, Russia, no. 6, pp. 153-159.
- [7] Chernyshev, V.I., Fominova, O.V. and Barbashova, T.A. (2011), "Vibroprotective system with controlled dynamical dampener", *Fundamental and applied problems of technology and technology*, no. 5, pp.3-10.
- [8] Chernyshev, V.I., Fominova, O.V. and Barbashova, T.A. (2014), "Optimization of the damping process in the system of protection with a dynamic absorber", *Fundamental and applied problems of engineering and technology*, no. 5, pp. 47-52.
- [9] Chernyshev, V.I., Fominova, O.V., Petrakova, O.A. and Kolinko, E.A., Oryol State Technical University (2008), *Dynamic damping*, RF Pat. 2374520.
- [10] Bensuan, A. and Liogg, J. (1987), *Pulse control and quasi-variational inequalities*, Nauka, Moscow, Russia, 596 p.
- [11] Chernyshev, V.I. (1997), "Impact damping of oscillations with indirect impulse control", *News of Higher Educational Institutions, Mechanical Engineering*, no. 7-9, pp. 5-10.
- [12] Chernyshev, V.I., Fominova, O.V. and Belozerova, E.B. (2012), "System of vibration isolation with a controlled damper", *Handbook, Engineering Journal*, no. 6, pp. 3-10.
- [13] Chernyshev, V.I., Fominova, O.V. and Gneusheva, E.M. (2004), "Systematization of vibration protection systems with an additional elastic-damping link of intermittent action. Handbook", *Engineering Journal*, no. 9, pp. 31-35.
- [14] Fominova, O.V., Stepanov, Yu.S. and Chernyshev, V.I. (2011), *Extreme problems and optimization: introduction to the theory of indirect pulse control of vibration processes*, Publishing House "Spektr", Moscow, Russia.
- [15] Ivanovsky, R.I. (2003), *Computer technologies in science and education. Practice of application of Mathcad Pro systems*, Higher education, Moscow, Russia.
- [16] Chernyshev, V.I., Fominova, O.V. and Barbashova, T.A. (2012), *Dynamic damping*, Russia, Patent for utility model no. 122721.